

4. Zakręcone schody. W zakręconej klatce schodowej (=walec o średnicy $2R$ i wysokości H) ułożono schody (dokładniej n schodów) tak, jak na poniższym rysunku.

- a) Ile miejsca jest pod schodami, w przybliżeniu, gdy $n \rightarrow \infty$?
- b) Jaka jest (łączna) powierzchnia schodów, w przybliżeniu, gdy $n \rightarrow \infty$?

Dla każdego n krawędzie schodów – te czerwone – leżą na pewnej powierzchni.

- a') Ile miejsca jest pod tą powierzchnią?
- b') Jakie jest pole tej powierzchni?
- c) Dlaczego odpowiedź do b') jest inna niż do b) ?

3. Zakręcona choinka. W podstawie ma koło o promieniu R i wysokość $H = R$. Jej gałęzie=odcinki łączą pień z brzegiem podstawy; ich nachylenie rośnie równomiernie.

- a) Ile (prezentów) mieści się pod tą choinką?
- b) Jak Kartezjusz opisałby tą choinkę?

2. Mówimy, że linia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ jest płaska, gdy jej zbiór wartości zawarty jest w pewnej płaszczyźnie (zawartej w \mathbb{R}^3).

- a) Wskazać płaszczyznę, na której leży linia $f_a(t) = [2t + 3, 4t + 5, 6t + 7]$.
- b) Uzasadnić, że linia $f_b(t) = [8t + 9, 10t + 11, 12t^2 + 13t + 14]$ jest płaska.
- c) Czy linia $f_c(t) = [15t + 16, 17t^2 + 18t + 19, 20t^2 + 21t + 22]$ jest płaska?
- d) Dla jakich wartości parametrów $p_2, p_1, p_0, q_2, q_1, q_0, r_2, r_1, r_0$ linia $f(t) = [p_2t^2 + p_1t + p_0, q_2t^2 + q_1t + q_0, r_2t^2 + r_1t + r_0]$ jest płaska?
- e*) Czy linia $f_b(t) = [8t + 9, 10t + 11, 12t^2 + 13t + 14]$ jest parabolą?

1. Niech $A_0 = (1, 0)$, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 oznaczają wierzchołki 6-kąta foremnego wpisanego w okrąg $x^2 + y^2 = 1$. Dla punktu P tego okręgu rysujemy wszystkie odcinki PA_k , $k = 0, \dots, 5$. Znaleźć wszystkie punkty P tego okręgu, dla których:

- a*) suma długości tych odcinków jest największa,
- b) suma kwadratów długości tych odcinków jest największa,
- c*) suma czwartych potęg długości tych odcinków jest największa.