

ANALIZA MATEMATYCZNA A3. LISTA 5.

1. Znajdź 3 początkowe wyrazy szeregu Taylora funkcji w otoczeniu punktu (0,0)

a) $f(x, y) = e^x \sin y$ b) $z = e^x \ln(1 + y)$ c) $z = e^{xy}$ d) $z = x^2 e^{x^2 y^3}$

2. Podaj przybliżoną wartość (wykorzystując przybliżenie płaszczyzną styczną) i oszacuj błąd.

a) $\sqrt{6,02^2 + 8,01^2}$ a') $\sqrt{6,01^2 + 8,02^2}$ b) $\frac{8,04}{2,02}$ b') $\frac{2,02}{8,04}$

c) $\frac{2,01 \cdot 1,03}{2,01^2 - 1,03^2}$ c') $\frac{2,03 \cdot 1,01}{2,03^2 - 1,01^2}$ c'') $\frac{2,001 \cdot 1,03}{2,001^2 - 1,03^2}$

d) $1,02^{3,01}$ d') $1,01^{3,02}$ e) $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt{0,98})$ e') $\ln(\sqrt[3]{0,98} + \sqrt{1,03})$

3. Z jaką dokładnością należy zmierzyć długość i szerokość prostokątnej taśmy o przybliżonych wymiarach $120\text{m} \times 3\text{cm}$, by pole obliczyć z dokładnością do 1mm^2 ?

4. Bok trójkąta długości 2,4 m rośnie z prędkością 10cm/s, drugi długości 1,5m maleje w tempie 5cm/s; kąt zawarty między tymi bokami mający 60° rośnie w tempie 2° na sekundę (stopnie!). Czy pole trójkąta rośnie, czy maleje? Z jaką prędkością?

5. Boki trójkąta $3\text{m} \times 4\text{m} \times 5\text{m}$ rosna w tempie 1cm/s. W jakim tempie rośnie pole?

6. Znajdź ekstrema lokalne zadanych funkcji a) $f(x, y) = x + y - 4x^2 y^2$

b) $f(x, y) = e^{xy} - x$ c) $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$ d) $f(x, y) = x^3 - y^3 + xy$

e) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$ f) $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$

g) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + a^3/x + a^3/y$ h) $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y$

i) $f(x, y) = 5 - |x| - |y|$ i') $f(x, y) = |5 - |x| - |y||$

i'') $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^2$ i''') $f(x, y) = (5 - x^2 - y^2)^3$

j) $f(x, y) = |5 - |x||$ j') $f(x, y) = y^2 + |5 - |x||$ j'') $f(x, y) = y^3 + |5 - |x||$

7. Sprawdzić, że najbardziej ekonomiczne wymiary ma prostopadłościenny odkryty z góry zbiornik, gdy dno jest kwadratem, a głębokość jest

DODATEK: POMIĘDZY ANALIZĄ A2 A A3

D 1.

a) Czy wielomian $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stopnia parzystego ma ekstremum lokalne?

a') Czy wielomian $w : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stopnia parzystego ma ekstremum lokalne?

b) Czy wielomian $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stopnia parzystego ma wartość najmniejszą lub wartość największą?

b') Czy wielomian $w : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stopnia parzystego ma wartość najmniejszą lub wartość największą?

c) Czy wielomian $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stopnia nieparzystego ma wartość największą lub wartość najmniejszą?

c') Czy wielomian $w : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stopnia nieparzystego ma wartość największą lub wartość najmniejszą?

d) Czy istnieje funkcja ciągła $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ taka, że ma dokładnie 17 minimów lokalnych i 7 maksimów lokalnych?

d') Czy istnieje funkcja ciągła $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ taka, że ma dokładnie 17 minimów lokalnych i 7 maksimów lokalnych?