

1. Wyznacz wartość najmniejszą i największą funkcji przy podanych warunkach. Tam, gdzie można zastosuj metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a. W których przykładach można to zrobić prościej?

- a) $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2y - 3$ a') gdy $x^2 + y^2 = 4$ a'') gdy $x^2 + y^2 \leq 4$
 b) $f(x, y) = x^3 + x^2 + y^2/3$ gdy $x^2 + y^2 \leq 36$
 c) $f(x, y) = xy$ gdy $2x^2 + y^2 \leq 4$ d) $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ gdy $x - y = \pi/4$
 e) $f(x, y) = 16 - x^2 - 4y^2$ gdy $x^4 + 2y^4 \leq 1$ f) $f(x, y) = xy$ gdy $x^2 + y^2 = 32$
 g) $f(x, y) = 4x^2 + y^3 + 3y + 7$ gdy $2x^2 + \frac{3}{2}y^2 = \frac{3}{2}$

2. Wyznacz wartość najmniejszą i największą funkcji przy podanych warunkach. Tam, gdzie można zastosuj metodę czynników nieoznaczonych Lagrange'a.

- a) $f(x, y, z) = 3z - x - 2y$ gdy $x^2 + 4y^2 - z = 0$
 a') $f(x, y, z) = 3z - x - 2y$ gdy $x^2 + 4y^2 - z = 0$ i $x - y = 0$
 b) $f(x, y, z) = y^3 + xz^2$ gdy $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
 b') $f(x, y, z) = y^3 + xz^2$ gdy $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ i $x - y = 0$
 c) $f(x, y, z) = xyz$ gdy $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x + y + z = 0$
 d*) $f(x, y, z) = xyz$ gdy $x + y + z = 5$, $xy + xz + yz = 8$

3. Niech $A(4, 0, 4)$, $B(4, 4, 4)$, $C(4, 4, 0)$. Na powierzchni $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ znaleźć taki punkt S , by objętość ostrosłupa $SABC$ była a) najmniejsza b) największa.

3'. Powtórz zad. 3, gdy $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 2)$.

4. Sprowadź (BEZ rozwiązywania) poniższe zadania do zagadnienia szukania wartości największej/najmniejszej funkcji przy zadanych warunkach.

a) Na płaszczyźnie $3x - 2z = 0$ znaleźć taki punkt, by suma kwadratów jego odległości od punktów $A(1, 1, 1)$ i $B(2, 3, 4)$ była najmniejsza.

b) Znaleźć prostopadłościan o danej objętości mający najmniejszą powierzchnię.

b') Znaleźć prostopadłościan o danej powierzchni mający największą objętość.

b'') Znaleźć prostopadłościan o danej łącznej długości krawędzi mający naj

c) Znaleźć prawidłowy ostrosłup trójkątny o danej , mający naj

d) Na elipsie dane są dwa punkty. Znaleźć na niej taki trzeci punkt, by trójkąt z nich utworzony miał największe pole.

e) Zoptymalizować wymiary puszki, e') puszki bez wieczka.