

## LISTA nr 5 z ANALIZY PORTFELOWEJ

- W podanych poniżej modelach, w których jest dopuszczalna krótka sprzedaż należy znaleźć:
  - prostą portfeli relatywnie minimalnego ryzyka (zapisać ją wzorem);
  - portfel minimalnego ryzyka jego stopę zwrotu i ryzyko;
  - półprostą portfeli efektywnych;
  - znaleźć funkcję minimalną  $\sigma_{\min}$  (lub  $\sigma_{\min}^0$ );
  - naszkicować granicę minimalną oraz zaznaczyć na niej granicę efektywną;
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 12\%$ ,  $\mu_2 = 6\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,12$ ,  $\sigma_2 = 0,05$  oraz kowariancji  $\sigma_{12} = -0,001$ .
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 12\%$ ,  $\mu_2 = 15\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,02$ ,  $\sigma_2 = 0,04$  oraz kowariancji  $\sigma_{12} = 0,0005$ .
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 12\%$ ,  $\mu_2 = 6\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,06$ ,  $\sigma_2 = 0,09$  oraz kowariancji  $\sigma_{12} = 0,0040$ .
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 10\%$ ,  $\mu_2 = 14\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,06$ ,  $\sigma_2 = 0,04$  oraz kowariancji  $\sigma_{12} = 0,0020$ .
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 12\%$ ,  $\mu_2 = 9\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,03$ ,  $\sigma_2 = 0,01$  oraz kowariancji  $\sigma_{12} = 0,0002$ .
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 5\%$ ,  $\mu_2 = 10\%$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,04$ ,  $\sigma_2 = 0,06$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 9\%$ ,  $\mu_2 = 6\%$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,03$ ,  $\sigma_2 = 0,12$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 6\%$ ,  $\mu_2 = 15\%$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,08$ ,  $\sigma_2 = 0,04$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 14\%$ ,  $\mu_2 = 7\%$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,10$ ,  $\sigma_2 = 0,05$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 6\%$ ,  $\mu_2 = 12\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,4$ ,  $\sigma_2 = 0,2$  o których wiadomo, że są doskonale ujemnie skorelowane.
  - Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 8\%$ ,  $\mu_2 = 18\%$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,05$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
- W modelach z zadania 1, przy założeniu, że brak jest krótkiej sprzedaży znaleźć:
  - zbiór (odcinek) portfeli relatywnie minimalnego ryzyka (zapisać go wzorem);
  - portfel minimalnego ryzyka jego stopę zwrotu i ryzyko;
  - zbiór portfeli efektywnych;
  - znaleźć funkcję minimalną  $\sigma_{\min}$ ;
  - naszkicować granicę minimalną oraz zaznaczyć na niej granicę efektywną;
- Rozważamy akcje dwóch spółek o ryzyku  $\sigma_1 = 0,04$ ,  $\sigma_2 = 0,09$ . Załóżmy, że portfel  $(\frac{1}{9}, \frac{8}{9})^T$  jest portfelem o minimalnym ryzyku. Ile wynosi  $\sigma_{12}$ ?
- Rozważamy akcje dwóch spółek. Załóżmy, że  $\sigma_1 = 0,2$  oraz  $\sigma_{12} = -0,01$ . Dla jakiego ryzyka  $\sigma_2$  portfel o minimalnym ryzyku nie będzie wymagał krótkiej sprzedaży?
- Rozważamy akcje dwóch spółek. Załóżmy, że  $\sigma_1^2 = 0,02$  oraz  $\sigma_{12} = 0,01$ . Dla jakiego ryzyka  $\sigma_2$  portfel o minimalnym ryzyku nie będzie wymagał krótkiej sprzedaży?
- Rozważamy akcje dwóch spółek. Załóżmy, że  $\sigma_1^2 = 0,01$  oraz  $\sigma_{12} = 0,02$ . Dla jakiego ryzyka  $\sigma_2$  portfel o minimalnym ryzyku nie będzie wymagał krótkiej sprzedaży?

7. Rozważamy akcje dwóch spółek o ryzyku  $\sigma_1 = 0,2$ ,  $\sigma_2 = 0,3$ . Zakładamy że będziemy inwestować w portfel o minimalnym ryzyku oraz że nie ma możliwości krótkiej sprzedaży. Dla jakiej kowariancji  $\sigma_{12}$  zainwestujemy w pierwszy walor?
8. Rozważamy akcje dwóch spółek o ryzyku  $\sigma_1 = 0,1$ ,  $\sigma_2 = 0,5$ . Zakładamy że będziemy inwestować w portfel o minimalnym ryzyku oraz że nie ma możliwości krótkiej sprzedaży. Dla jakiej kowariancji  $\sigma_{12}$  zainwestujemy w drugi walor?
9. Rozważamy akcje dwóch spółek o ryzyku  $\sigma_1 = 0,3$ ,  $\sigma_2 = 0,1$ . Zakładamy, że będziemy inwestować w portfel o minimalnym ryzyku oraz że nie ma możliwości krótkiej sprzedaży. Dla jakich współczynników korelacji  $\rho_{12}$  zainwestujemy w drugi walor?
10. Inwestor  $Y$  posiada portfel postaci  $(0,4; 0,6)^T$  składający się z akcji spółek 1 i 2 o których wiadomo, że są doskonale ujemnie skorelowane. Wiadomo, że  $\sigma_1 = 0,1$ . Jakie powinno być ryzyko akcji 2, aby portfel inwestora  $Y$  był portfelem o minimalnym ryzyku?

### Zadania dodatkowe

1. Rozważamy następujące modele:

- (i) Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 0,08$ ,  $\mu_2 = 0,12$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,12$ ,  $\sigma_2 = 0,03$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
- (ii) Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 0,05$ ,  $\mu_2 = 0,10$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,06$ ,  $\sigma_2 = 0,10$  o których wiadomo, że są doskonale dodatnio skorelowane.
- (iii) Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 0,06$ ,  $\mu_2 = 0,05$  oraz ryzykach  $\sigma_1 = 0,01$ ,  $\sigma_2 = 0,04$  o których wiadomo, że są doskonale ujemnie skorelowane.
- (vi) Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 12\%$ ,  $\mu_2 = 6\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,4$ ,  $\sigma_2 = 0,2$  o których wiadomo, że są doskonale ujemnie skorelowane.
- (v) Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 0,08$ ,  $\mu_2 = 0,12$ , ryzykach  $\sigma_1 = 0,075$ ,  $\sigma_2 = 0,04$  oraz współczynniku korelacji  $\rho_{12} = 0,6$ .
- (vi) Rozważamy akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 12\%$ ,  $\mu_2 = 6\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 0,12$ ,  $\sigma_2 = 0,05$  oraz współczynniku korelacji  $\rho_{12} = -0,1$ .
- (vii) Dane są akcje dwóch spółek o oczekiwanych stopach zwrotu  $\mu_1 = 8\%$ ,  $\mu_2 = 10\%$ , ryzyku  $\sigma_1 = 3\%$ ,  $\sigma_2 = 5\%$  oraz współczynniku korelacji  $\rho_{12} = 0,4$ .

Gdy w podanych powyżej modelach jest dopuszczalna krótka sprzedaż znaleźć:

- prostą portfeli relatywnie minimalnego ryzyka (zapisać ją wzorem);
  - portfel minimalnego ryzyka jego stopę zwrotu i ryzyko;
  - półprostą portfeli efektywnych;
  - znaleźć funkcję minimalną  $\sigma_{\min}$ ;
  - naszkicować granicę minimalną oraz zaznaczyć na niej granicę efektywną;
2. W modelach z zadania 1, przy założeniu, że brak jest krótkiej sprzedaży znaleźć:
- zbiór (odcinek) portfeli relatywnie minimalnego ryzyka (zapisać go wzorem);
  - portfel minimalnego ryzyka jego stopę zwrotu i ryzyko;
  - zbiór portfeli efektywnych;
  - znaleźć funkcję minimalną  $\sigma_{\min}$ ;
  - naszkicować granicę minimalną oraz zaznaczyć na niej granicę efektywną;