

## Lista zadań nr 1 z matematyki dla chemików

### Własności liczb rzeczywistych

- Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$ :
  - $a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$ ;
  - $a^4 + b^4 = (a^2 - \sqrt{2}ab + b^2)(a^2 + \sqrt{2}ab + b^2)$ ;
  - $a^6 - b^6 = (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$ ;
- Dla jakich liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$  zachodzi równość:  $(-a)^2 = -a^2$ ,  $(-a)^3 = -a^3$ .
- Dla jakich liczb rzeczywistych  $a$  i  $b$  zachodzi zależność:  
 $a + b < a - b$ ,  $a + b < 2a + 2b$ ,
- Nie korzystając z kalkulatora zbadaj, która z liczb jest większa:
  - $10^{20}$ , czy  $90^{10}$
  - $2\sqrt{5}$  czy  $5\sqrt{3}$ ,
  - $\sqrt{2}$  czy  $\sqrt[3]{3}$ ,
  - $1 + \sqrt{2}$  czy  $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ ;
- Oblicz:
  - $\sqrt{\sqrt{1\frac{7}{9} \cdot 4 : (\frac{1}{3})^{-1}} + \sqrt{(\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt{3^{-4}})^3} \cdot \frac{18}{7}}$ ;
  - $\sqrt[7]{\frac{1995^3 - 1994^3}{3989^2 - 1995 \cdot 1994}}$

### Wartość bezwzględna

- Rozwiąż równania. Podaj interpretację geometryczną zbioru rozwiązań:
  - $|x-1| = 2-x$ ,
  - $|2x+7| = 2x+7$ ,
  - $|5x-1| = 1-5x$ ,
  - $|5x+2| = |4-x|$ ,
  - $|x-1| + |x-2| = 3$ .
- Rozwiąż nierówności. Podaj interpretację geometryczną zbioru rozwiązań:
  - $|x+1| < 4$ ,
  - $|3-2x| > 6$ ,
  - $|x+1| \geq x+1$ ,
  - $||x|-2| > 10$ ,
  - $|x-1| + |x-4| < 5$ .

### Procenty

- 47% pewnej liczby jest o 4 większe od 22% tej liczby. Jaka to liczba?
- 47% z 13 wynosi 6, 11. Ile wynosi 13% z 47?
- Cenę towaru obniżono najpierw o 15%, a potem nową cenę obniżono o 25%. O ile procent staniał towar?
- Cenę towaru zwiększono najpierw o 5%, a potem nową cenę zwiększono o 25%. O ile procent podrożał towar?
- Kupiec kupując towar po cenie hurtowej najpierw dolicza do niej 40% (to jest jego dochód), a potem jeszcze 20% od dochodu (na podatek). W ten sposób powstaje cena detaliczna towaru. Jaka była cena hurtowa towaru, którego cena detaliczna wyniosła 111 zł?
- Inwestor na pierwszą inwestycję zużył 20% kapitału własnego, a na drugą inwestycję 10% pozostałego kapitału. Inwestorowi pozostało 900 tys. zł. Jaka była wielkość początkowego kapitału inwestora?
- Dwaj inwestorzy mają łącznie 273 mln zł, przy czym jeden ma o 10% więcej niż drugi. Ile pieniędzy ma każdy z nich?
- Liczba  $a$  stanowi 20% liczby  $b$ . Jakim procentem liczby  $a$  jest liczba  $b$ ?
- Bok kwadratu zwiększamy o 10%. O ile procent zwiększy się: a) pole kwadratu, b) obwód kwadratu?
- Krawędź sześcianu zwiększamy o 5%. O ile procent wzrośnie objętość sześcianu?
- Jeden bok kwadratu zwiększono o 10%, a drugi zmniejszono o 10%, otrzymując prostokąt. Czy pole prostokąta jest mniejsze czy większe od pola kwadratu? O ile procent?

## Zadania dodatkowe

1. Rozwiązać równania. Podać interpretację geometryczną zbioru rozwiązań:

- a)  $|3 - |2x + 1|| = 15$ , b)  $|x - 1| + |x - 2| = 1$ , c)  $|x| - 2|x + 1| + 3|x + 2| = 0$ , d)  $|x^2 - 1| + x + 1 = 0$ ,  
e)  $2x + |x - 1| = 2$ , f)  $2x^2 + |x| = 1$ , g)  $|x^2 - x| = x - 1$ , h)  $x + |x - 1| = 1$ , i)  $(2x - 1)|x - 1| = x$ ,  
j)  $|x - 1| + |x - 2| + |x + 1| + |x + 2| = 6$ , k)  $|x - 1| + |x - 2| = |x|$ , l)  $|x - 1| = 3$ , m)  $|2x + 3| = |x - 1| + 2$ ,  
n)  $|2x - 3| - |x + 1| = 5x - 10$ , o)  $|2x - 4| = 3x - 1$ , p)  $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 5 - x$ .

2. Rozwiązać nierówności. Podać interpretację geometryczną zbioru rozwiązań:

- a)  $|2 - |x - 1|| > 10$ , b)  $|x| + x < 4$ , c)  $5x > |x - 5| + 1$ , d)  $|x + 3| \leq 6|x| - 1$ , e)  $x + |x + 3| \geq |1 - x|$ ,  
f)  $2x + 7 + |x - 1| > |3 - x|$ , g)  $|x - 1| + |x + 2| + |x + 1| > |x - 22| + 16$ , h)  $|5 - x| \geq x - 1$ ,  
i)  $|x - 1| + |x + 2| - |x - 3| > 2$ , j)  $|\frac{1}{x+2}| < |\frac{2}{x-1}|$ , k)  $|2x + 3| + |x + 3| - x < 6$ , l)  $|x - 1| + |2x - 6| < 3$ ,  
m)  $|4 - x| + 2|x + 1| > |x| + 2x + 2$ , n)  $2|x - 3| < |x| + 2$ .