

Lista zadań nr 11 z matematyki dla chemików

Macierze i układy równań liniowych

1. Obliczyć:

$$4 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} + -2 \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 7 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Pomnożyć macierze:

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$c) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad d) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \\ -1 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$e) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Obliczyć wyznaczniki:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix},$$

4. Wylczyć macierze odwrotne:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Rozwiązać układy równań metodą eliminacji Gaussa-Jordana:

$$a. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}; \quad b. \begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 3 \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 = 1 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} -9x_1 + 10x_2 + 3x_3 = 7 \\ -4x_1 + 7x_2 + x_3 = 5 \\ 7x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 3 \end{cases}; \quad d. \begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 13 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

$$e. \begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7 \end{cases}$$

$$f. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \end{cases}$$

6. Stosując wzory Cramera rozwiązać układy równań:

$$a. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}; \quad b. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$