

## Granice, pochodne, całki

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$  dla  $|q| < 1$ ;
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} nq^n = 0$  dla  $|q| < 1$ ;
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^\beta}{a^n} = 0$ ,  $a > 1, \beta \in \mathbb{R}$  (uogólnia dwie poprzednie);
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$  dla  $a > 0$ ;
5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_a n}{n} = 0$  dla  $a > 1$ ;
6.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ ;
7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} = 0$ ;
8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ ;
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} a^x = 1$ ,  $a > 0$ ;
10.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ ;
11.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ ;
12.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$ ;
13.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = \begin{cases} +\infty & \text{gdym } a > 1, \\ 1 & \text{gdym } a = 1, \\ 0 & \text{gdym } 0 < a < 1, \end{cases}$
14.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} 0 & \text{gdym } a > 1, \\ 1 & \text{gdym } a = 1, \\ +\infty & \text{gdym } 0 < a < 1. \end{cases}$
15.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = \begin{cases} +\infty & \text{gdym } a > 1, \\ -\infty & \text{gdym } 0 < a < 1, \end{cases}$
16.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = \begin{cases} -\infty & \text{gdym } a > 1, \\ +\infty & \text{gdym } 0 < a < 1. \end{cases}$
17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ;
18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .
19.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x}{x} = +\infty$ ,  $a > 1$ ;
20.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x}{x^c} = +\infty$ ,  $a > 1, c \in \mathbb{R}$ .
21.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ ;
22.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a$  dla  $a \in \mathbb{R}$ ;
23.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$ ;
24.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{1/x} = e^a$  dla  $a \in \mathbb{R}$ ;
25.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$ ;

26.  $(x^n)' = nx^{n-1}$ ;
27.  $(x^a)' = ax^{a-1}$ ;
28.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;
29.  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ;
30.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ ;
31.  $(\sin x)' = \cos x$ ;
32.  $(\cos x)' = -\sin x$ ;
33.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ;
34.  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ ;
35.  $(e^x)' = e^x$ ;
36.  $(a^x)' = a^x \ln a$ ;
37.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ;
38.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ;
39.  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ ;
40.  $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ ;
41.  $\int 0 dx = C$ ;
42.  $\int a dx = ax + C$ ;
43.  $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ , dla  $a \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$ ;
44.  $\int x^a dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1}$ , dla  $a \neq -1, x > 0$ ;
45.  $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ ;
46.  $\int e^x dx = e^x + C$ ;
47.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$ , dla  $a > 0, a \neq 1$ ;
48.  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ ;
49.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ ;
50.  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$ ;
51.  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$ ;
52.  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$ ;
53.  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$ ;