

<http://www.math.uni.wroc.pl/~kraszew>

*Badanie przebiegu zmienności funkcji*

**Zadanie 48.** Wyznacz punkty krytyczne funkcji:  $x^2(x - 5)^3$ ,  $\frac{x}{(2x+5)^2}$ ,  $\sqrt{x^2 - 8x + 20}$ .

**Zadanie 49.** Wyznacz przedziały malenia i wzrostu oraz lokalne ekstrema dla następujących funkcji:

$$\frac{x-1}{x+2}, \quad x + \frac{4}{x}, \quad \frac{x^2}{x-2}, \quad 2\sqrt{x} - x \quad (x > 0), \quad x^3 - 6x^2 + 16.$$

**Zadanie 50.** Znajdź lokalne minima i maksima oraz punkty przegięcia następujących funkcji:

$$x^3 - 6x^2 + 16, \quad (2-x)^3 + 1, \quad x^3 - 12x, \quad \frac{1}{x^2 + 12}, \quad \frac{x}{x^2 + 12}, \quad \frac{x^2}{x^2 + 12}.$$

**Zadanie 51.** Po zastosowaniu zastrzyku domięśniowego, stężenie lekarstwa w krwioobiegu pacjenta po czasie  $t$  opisane jest wzorem

$$C(t) = 0,16 \cdot \frac{t}{t^2 + 4t + 4} \quad 0 < t < 12.$$

Znajdź wartości krytyczne funkcji  $C = C(t)$  oraz przedziały, gdzie stężenie rośnie i gdzie maleje.

**Zadanie 52.** Do wody w pewnym miejskim kąpielisku systematycznie dodawane są środki chemiczne, aby kontrolować masowy rozwój bakterii w wodzie. Po  $t$  dniach od momentu rozpoczęcia odkażania koncentracja bakterii w 1 cm<sup>3</sup> wody zadana jest wzorem

$$C(t) = 30t^2 - 240t + 500, \quad 0 \leq t \leq 8.$$

Ile dni po odkażaniu koncentracja bakterii jest najmniejsza i ile wynosi?

**Zadanie 53.** Wiadomo z eksperymentów, że wysokość (w centymetrach) pewnej rośliny po upływie  $t$  miesięcy opisana jest w przybliżeniu wzorem

$$H(t) = 40t^{\frac{1}{2}} - 20t, \quad 0 \leq t \leq 2.$$

Ile czasu musi upłynąć, aby ta roślina osiągnęła maksymalną wysokość? Jaka to wysokość?

**Zadanie 54.** Dwa zakłady przemysłowe  $A_1$  i  $A_2$  położone są w odległości 10 km od siebie i emitują zapylenie do atmosfery. Zapylenie (liczone w ilości cząsteczek na milion) maleje odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości od źródła. Dodatkowo, zakład  $A_1$  emituje 8 razy więcej zapylenia niż zakład  $A_2$ . Wykonaj prosty rysunek i wyjaśnij dlaczego gęstość zapylenia w punkcie  $x$  pomiędzy tymi zakładami wyraża się wzorem

$$C(x) = \frac{8k}{x^2} + \frac{k}{(10-x)^2}, \quad 0,5 \leq x \leq 9,5 \quad k > 0.$$

Jak daleko od  $A_1$  gęstość zapylenia jest najmniejsza i ile ona wynosi?

**Zadanie 55.** Wydajność tlenku azotu NO z mieszaniny  $a\%$  tlenu i  $(100 - a)\%$  azotu w temperaturze 1600°C i pod ciśnieniem normalnym określa wzór

$$x(a) = \sqrt{Ka(100 - a)} - 25K,$$

gdzie  $K$  jest stałą równowagi reakcji dla danej temperatury i danego ciśnienia. Oblicz, przy jakiej procentowej zawartości tlenu w mieszaninie wydajność tlenku azotu będzie maksymalna.

**Zadanie 56.** Znajdź globalne minimum i maksimum podanych funkcji w podanych przedziałach:

a)  $f(x) = (x - 1)(x - 5)^3 + 1$ ,  $[0, 3], [1, 7], [3, 6]$ .

b)  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ ,  $[-1, 3], [0, 2], [-3, 4]$ .