Test kwalifikacyjny Wersja testu **A** 30 września 2014 r.

1. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli cena szczawiu najpierw wzrosła o $p\%$, a następnie zmalała o $p\%$, to w następstwie obu tych zmian zmalała o $q\%$.

a) $p = 10$, $q =$ ....

b) $p = 20$, $q =$ ....

c) $p = 30$, $q =$ ....

d) $p = 50$, $q =$ ....

2. Dla podanej liczby p podać liczbę q o następującej własności: Jeżeli długości boków kwadratu zwiększymy o $p\%$, to jego pole zwiększy się o $q\%$.

a) $p = 200$, $q =$ ....

b) $p = 100$, $q =$ ....

c) $p = 50$, $q =$ ....

d) $p = 10$, $q =$ ....

3. Dla podanej miary kąta α podać zbiór wszystkich miar kąta β o następującej własności: Istnieje nierównoboczny trójkąt równoramienny, którego każdy kąt ma miarę α lub β.

a) $\alpha = 40^\circ$, $\beta \in \{$ .... $\}$

b) $\alpha = 10^\circ$, $\beta \in \{$ .... $\}$

c) $\alpha = 100^\circ$, $\beta \in \{$ .... $\}$

d) $\alpha = 80^\circ$, $\beta \in \{$ .... $\}$

4. Dla podanej liczby k podać taką liczbę całkowitą dodatnią n, że $k=2^{2^n}$.
Uwaga: Zgodnie z obowiązującą konwencją, w napisie typu a^{b^c} potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=16^{32^{100}}$, $n=$ ....

b) $k=4^{4^{100}}$, $n=$ ....

c) $k=4^{8^{100}}$, $n=$ ....

d) $k=16^{16^{100}}$, $n=$ ....

5. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c.

a) $a=10$, $b=20$, $c\in$ ....

b) $a=30$, $b=22$, $c\in$ ....

c) $a=20$, $b=21$, $c\in$ ....

d) $a=40$, $b=23$, $c\in$ ....

6. Dla podanych miar kąta α i β podać takie miary kątów γ i δ, że na każdym czworokącie o kątach wewnętrznych α, β, γ i δ (w tej właśnie kolejności) można opisać okrąg.

a) $\alpha = 81^\circ$, $\beta = 9^\circ$, $\gamma =$ ...., $\delta =$ ....

b) $\alpha = 9^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma =$ ...., $\delta =$ ....

c) $\alpha = 1^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma =$ ...., $\delta =$ ....

d) $\alpha = 3^\circ$, $\beta = 50^\circ$, $\gamma =$ ...., $\delta =$ ....

7. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n = 4^{15} \cdot 2^{25}$, $k =$ ....

b) $n = 6^{40} \cdot 4^{15}$, $k =$ ....

c) $n = 10^{70} \cdot 8^{20}$, $k =$ ....

d) $n = 8^{20} \cdot 6^{50}$, $k =$ ....

8. Dla podanej liczby n podać największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n = 10^{70} + 8^{20}$, $k =$ ....

b) $n = 8^{20} + 6^{50}$, $k =$ ....

c) $n = 6^{40} + 4^{15}$, $k =$ ....

d) $n = 4^{15} + 2^{25}$, $k =$ ....

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{x^2-2x+1}>7$, ...

b) $\sqrt{x^2+2x+1}<3$, ...

c) $\sqrt{x^2}<1$, ...

d) $\sqrt{x^2+4x+4}>5$, ...

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_6 x>-2$, ...

b) $\log_2 x>5$, ...

c) $\log_5 x<2$, ...

d) $\log_3 x<-3$, ...

11. Dla podanej liczby x podać liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n<\dfrac{1}{x}<n+1$.

a) $x=\sqrt{86}-\sqrt{83}$, $n=$ ....

b) $x=\sqrt{10}-3$, $n=$ ....

c) $x=\sqrt{23}-\sqrt{21}$, $n=$ ....

d) $x=\sqrt{35}-6$, $n=$ ....

12. Dla podanej miary kąta β podać dodatnią miarę kąta $\alpha < 90°$, dla której zachodzi równość $\cos\alpha = \sin(\alpha + \beta)$.

a) $\beta = 20°$, $\alpha =$ ....

b) $\beta = 30°$, $\alpha =$ ....

c) $\beta = 60°$, $\alpha =$ ....

d) $\beta = 10°$, $\alpha =$ ....

13. Liczbę całkowitą dodatnią p nazwiemy *dobrą*, jeżeli liczba 666! (666 silnia) ma dzielnik, który stanowi jej $p\%$. Dla podanej liczby q podać najmniejszą *dobrą* liczbę p większą od q.

a) $q = 32$, $p =$ ....

b) $q = 65$, $p =$ ....

c) $q = 22$, $p =$ ....

d) $q = 55$, $p =$ ....

14. Zapisać rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_2 x = 3 + \log_2 11$, $x =$ ....

b) $\log_2 x = 1 + \log_2 25$, $x =$ ....

c) $\log_3 x = 2 + \log_3 11$, $x =$ ....

d) $\log_3 x = 1 + \log_3 15$, $x =$ ....

15. Podać najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^4+2x^2+2$, ...

b) $f(x)=x^{10}+4x^5+7$, ...

c) $f(x)=x^6+2x^3+2$, ...

d) $f(x)=x^8+4x^4+7$, ...

16. Dany jest taki 11-wyrazowy ciąg geometryczny $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{11}$, że $a_1+a_2=a_3$. Dla podanych m,n wskazać takie k, że $a_m+a_n=a_k$.

a) $m=5$, $n=6$, $k=$ . . . .

b) $m=3$, $n=4$, $k=$ . . . .

c) $m=2$, $n=3$, $k=$ . . . .

d) $m=4$, $n=5$, $k=$ . . . .

17. Dla podanej trójki miar kątów α,β,γ podać najmniejszą liczbę naturalną $n\geqslant 3$ taką, że pewne trzy wierzchołki n-kąta foremnego są wierzchołkami trójkąta o kątach α,β,γ.

a) $\alpha=40^\circ$, $\beta=60^\circ$, $\gamma=80^\circ$, $n=$ . . . .

b) $\alpha=20^\circ$, $\beta=50^\circ$, $\gamma=110^\circ$, $n=$ . . . .

c) $\alpha=45^\circ$, $\beta=63^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ . . . .

d) $\alpha=36^\circ$, $\beta=72^\circ$, $\gamma=72^\circ$, $n=$ . . . .

18. Dla podanej liczby k podać taką liczbę naturalną $n \geqslant k+3$, że $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+3}=\binom{n+1}{k+3}$.

a) $k=1000$, $n=$ ....

b) $k=200$, $n=$ ....

c) $k=2014$, $n=$ ....

d) $k=50$, $n=$ ....

19. Rozważamy liczbę $n=1234567891011121314\ldots697071$ powstałą z połączenia zapisów dziesiętnych kolejnych liczb od 1 do 71. Dla podanej liczby d podać resztę r z dzielenia liczby n przez d.

a) $d=15$, $r=$ ....

b) $d=6$, $r=$ ....

c) $d=4$, $r=$ ....

d) $d=3$, $r=$ ....

20. Dla podanych h_a, h_b zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych h_c, że istnieje trójkąt o wysokościach długości h_a, h_b, h_c.

a) $h_a=2$, $h_b=2$, $h_c\in$ ....

b) $h_a=10$, $h_b=15$, $h_c\in$ ....

c) $h_a=3$, $h_b=6$, $h_c\in$ ....

d) $h_a=4$, $h_b=12$, $h_c\in$ ....