Wzór Taylora.

Zadanie 1. Napisać rozwinięcie Taylora funkcji.

(1) $f(x,y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ w punkcie $(1,-2)$;
(2) $f(x,y) = x^3 + 2xy^3 - xy$ w punkcie $(1,2)$;
(3) $f(x,y) = \sin(x^2 + y^3)$ w punkcie $(0,0)$ dla $n = 2$;
(4) $f(x,y) = e^x \sin y$ w punkcie $(0,0)$ dla $n = 2$.

Ekstrema funkcji.

Zadanie 2. Wyznaczyć ekstrema funkcji.

(1) $u = x^2 + (y-1)^2$;
(2) $u = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$;
(3) $u = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$;
(4) $u = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$.

Zadanie 3. Znaleźć najmniejsze i największe wartości podanych funkcji na wskazanych zbiorach:

(1) $f(x,y) = x^2 - 2y^2, \quad x^2 + y^2 \leq 36$;
(2) $f(x,y) = x^2y - 8x - 4y$, trójkąt o wierzchołkach $(0,0), (0,4), (4,0)$;
(3) $f(x,y) = x^2y(4 - x - y)$, trójkąt ograniczony liniami $x = 0,\ y = 0,\ x + y = 6$;
(4) $f(x,y) = xy^2 + 4xy - 4x, \quad -3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 0$.

Zastosowanie ekstremów.

Zadanie 4.

(1) Spośród wszystkich prostopadłościanów o objętności 1 wybrać prostopadłościan o najmnieszym polu powierzchni.
(2) Na plaszczyżnie $x + 2y - 3z = 6$ znaleźć punkt położony najbliżej początku układu wspólrzędnych.
(3) Znaleźć wymiary prostopadlościanu wpisanego w kulę o promieniu R, który ma największą objętość.

Zadanie 5.

(1) Niech funkcja ma ekstrema w punkcie M_0 wzdłuż każdej prostej. Czy ma ona ekstrema w punkcie M_0?
(2) Niech funkcja ma minimum w punkcie M_0 wzdłuż każdej prostej. Czy ma ona minimum w punkcie M_0? (Przykład $f(x,y) = (x - y^2)(2x - y^2)$)

Zadanie 6. Wyznaczyć ekstrema funkcje $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1^2 + \dots + x_n^2$ przy warunku $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$.

Zadanie 7. Zbadać na ekstrema funkcje

$$f(x,y) = (1 + e^y)\cos x - ye^y.$$