Równania różniczkowe rzędu pierwszego.

Równania o zmiennych rozdzielonych

Zadanie 1. Sprawdź, czy podana funkcja jest rozwiąząniem podanego równania różniczkowego

(1) $x(t) = \operatorname{tg}\, t,\ x' = 1 + x^2$;
(2) $x(t) = \frac{\sin t}{t},\ tx' + x = \cos t$;
(3) $x(t) = t^2,\ tx' + x = 3t^2$;
(4) $x(t) = \frac{2}{1+t^2},\ x' + 2tx^2 = 0$.

Zadanie 2. Znaleźć *rozwiązania ogólne* następujących równań różniczkowych o rozdzielonych zmiennych i naszkicować ich wykresy dla różnych stałych :

(1) $y' = e^{t+y}$;
(2) $y' = \frac{\sqrt{t}}{y}$;
(3) $y' = \sqrt{\frac{y}{t}}$;
(4) $y' = \frac{1+t}{1+y}$;
(5) $y' = e^{t+y+3}$;
(6) $y' = 1 + t + y + ty$;
(7) $(1 - t^2)y' = 2y$.

Zadanie 3. Roziązać podane zagadnienia początkowe:

(1) $y' = 2,\ y(0) = 2$;
(2) $y' = \frac{y}{x},\ y(1) = 5$;
(3) $y' = -y^2e^x,\ y(0) = \frac{1}{2}$;
(4) $xyy' = \ln x,\ y(1) = 1$;
(5) $y' = -y^2e^x,\ y(0) = \frac{1}{2}$;
(6) $e^y(y' + 1) = 1,\ y(0) = 0$.

Równania o zmiennych rozdzielonych

Zadanie 4. Rozwiąż równania jednorodne:

(1) $ty' = \sqrt{t^2 - y^2} + y$;
(2) $2y + t - ty' = 0$;
(3) $ty' = y - te^{\frac{y}{t}}$;
(4) $ty' = y(\ln y - \ln t)$;
(5) $ty' - y = \operatorname{tg}\, \frac{y}{t}$;
(6) $y' = \frac{2ty}{t^2-y^2}$.

Równania liniowe i Bernoulliego

Zadanie 5. Rozwiązać podane równania:

(1) $y' + y\cos t = 0$;
(2) $y' + y = \sin t$;
(3) $y' + 2ty = e^{-t^2}$;
(4) $ty' - 2y = t^3\cos t$;
(5) $ty' - 2y = 4t^4$;
(6) $ty' + e^t - ty' = 0$;
(7) $y' + 2ty = 2ty^2$;
(8) $3ty^2y' - 2y^3 = t^3$.

Zadanie 6. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe:

(1) $ty' - y = y^2\ln t,\ y(1) = 1$;
(2) $y' - y\cos t = y^2\cos t,\ y(0) = 1$;
(3) $y' - y = 1,\ y(3) = 3$;
(4) $ty' + y = t + 1,\ y(1) = 0$.