Równania różniczkowe drugiego rzędu.

Równania liniowe niejednorodne.

Zadanie 1. Sprawdzić, że podane funkcje są rozwiązaniami wskazanych równań różniczkowych. Wyznaczyć rowiązania ogólne tych równań:

(1) $y_1(x) = e^x - 8x^2e^{3x}$, $y'' - 6y' + 9y = 4e^x - 16e^{3x}$;
(2) $y_1(x) = \frac{1}{4}\cos x - \frac{1}{20}\cos 3x$, $y'' + 4y = \cos^3 x$;
(3) $y_1(x) = x + 1$, $y_2(x) = 1$, $(1 + x^2)y'' + ty' - y = -1$;
(4) $y_1(x) = \frac{1+x^5}{x}$, $y_2(x) = x^4$, $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Metoda uzmienniania stałych.

Zadanie 2. Rozwiązać podane równania różniczkowe:

(1) $y'' + y' - 2y = x^2$;
(2) $y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}$;
(3) $y'' + y = \text{tg } x$;
(4) $y'' - 2y' + y = e^x \text{arctg } x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;
(5) $y'' + 3y' + 2y = \sin e^x$, $y(0) = -\sin 1$, $y'(0) = -\cos 1$;
(6) $y'' - 4y' + 3y = 9x^2 + 4$, $y(0) = 6$, $y'(0) = 8$.

Metoda współczynników nieoznaczonych: metoda przewidyawania.

Zadanie 3. Wyznaczyć postacie rozwiązań podanych równań różniczkowych:

(1) $y'' + y' + y = ax^2 + bx + c$;
(2) $y'' + y' = ax^2 + bx + c$;
(3) $y'' + y = \cos 2t$;
(4) $y'' + 2y' + 5y = ((x+2)\cos 2x + 3\sin 2x)e^x$.

Zadanie 4. Znajdź jedno szczególne rozwiązanie równań:

(1) $y'' + 3y = x^3 - 1$;
(2) $y'' + 4y' + 4y = xe^{\alpha x}$;
(3) $y'' - y = x^2e^x$;
(4) $y'' + y' + y = 1 + x + x^2$.
(5) $y'' + 4y = x\sin 2x$;
(6) $y'' - 2y' + 5y = 2(\cos^2 x)e^x$.

Zadanie 5. Metodą współczynników nieoznaczonych rozwiązać podane równania niejednorodne:

(1) $y'' + y = x^2$;
(2) $4y'' - y = x^3 - 24x$;
(3) $y'' + 4y' + 4y = 8\sin 2x$;
(4) $4y'' + 8y' = \sin x$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$;
(5) $y'' + 4y' + 3y = 4xe^{-x}, y(0) = 2, y'(0) = 1$;
(6) $y'' - 2y' + y = 2 + e^x \sin x$;
(7) $y'' + 2y' + 2y = \sin^2 x$;
(8) $y'' + 2y' - 8y = 2e^{-2x} - 3e^{-x}$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

Zadanie 6. Metodą współczynników nieoznaczonych rozwiązać podane równania wyższych rzędów:

(1) $y''' - y = \sin x$;
(2) $4y^{(4)} + y'' = 2xe^x$, $y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = -1$;
(3) $y^{(5)} - y^{(4)} = 2xe^{-x} - 24$;
(4) $2y''' - 6y'' = 36x + 4e^x$, $y(0) = 1, y'(0) = 1, y''(0) = 0$.