

1. Ciągła wersja metody eliminacji. Cel: chcemy wygenerować zmienną losową  $X$  o gęstości  $f(x)$  umiemy generować  $Y$  o gęstości  $g(y)$ , gdzie  $f(x) \leq cg(x)$  dla  $c \geq 1$ . Algorytm:

- 1 Wygeneruj  $Y$  z gęstością  $g(y)$
- 2 Jeśli  $cUg(Y) \leq f(Y)$  (gdzie  $U \sim U(0, 1)$  niezależna od  $Y$ ) to podstaw  $X := Y$
- 3 w przeciwnym przypadku GOTO 1

Podaj dowód poprawności algorytmu (tzn., że wynikiem jest zmienna losowa  $X$  o gęstości  $f(x)$ ).

2. Niech  $U \sim U(0, 1)$  oraz  $Y = \lfloor U^{-1} \rfloor$  ( $\lfloor x \rfloor$  to jest największa liczba całkowita mniejsza lub równa  $x$ ). Pokaż, że  $P(Y = i) = \frac{1}{i(i+1)}$
3. Niech  $U \sim U(0, 1)$ . Dla  $p \in (0, 1)$  zdefiniujmy

$$X = \left\lceil \frac{\log U}{\log(1-p)} \right\rceil.$$

Jaki rozkład ma zmienna  $X$ ?

4. Podaj (i wyjaśnij) całą procedurę generowania zmiennej losowej o rozkładzie Gamma( $\alpha, 1$ ) dla  $\alpha > 0$  (skrypt: Przykład 6.4) metodą eliminacji (rozpatrz osobno przypadek  $\alpha < 1$  i  $\alpha \geq 1$ ).