

Wprowadzenie do symulacji i metod Monte Carlo

Paweł Lorek

Jest to wykład prowadzony we wcześniejszych latach przez prof. Tomasza Rolskiego. Dzięki jego uprzejmości dostępne są liczne materiały, w tym skrypt oraz w dużej mierze poniższy sylabus

Sylabus Chociaż *Stochastyczne symulacje* i *teoria Monte Carlo* są bardzo często nazwami tej samej teorii, my będziemy je rozróżniać. Pierwszy termin będzie dotyczył teorii generatorów oraz metod generowania liczb losowych o zadanych rozkładach lub bardziej właściwie liczb pseudo-losowych, bo tylko takie mogą być generowane na komputerze. Natomiast teoria Monte Carlo zajmuje się teoretycznymi podstawami opracowania wyników, planowania symulacji, konstruowaniu metod pozwalających na rozwiązywanie konkretnych zadań, itp.

Następujące treści będą omawiane podczas wykładu:

- zarys teorii generatorów liczb losowych,
- sposoby generowania liczb losowych o zadanych rozkładach,
- podstawowe pojęcia dotyczące błędów, poziomu istotności, liczby replikacji i ich związków,
- przykładowe zadania rozwiązywane metodami symulacji stochastycznej,
- metody zmniejszenia liczby replikacji przy zadanym poziomie błędu i poziomie istotności.

Do zaliczenia potrzebne będzie zaliczenie ćwiczeń teoretycznych oraz laboratorium. Oprócz tego będą 2 zadania projektowe, które będą obowiązkowe. Wykład kończy się egzaminem pisemnym.

Wymagania Rachunek prawdopodobieństwa.

Literatura: Rolski, T. *Symulacje Stochastyczne i Metoda Monte Carlo*
skrypt dostępny na <http://www.math.uni.wroc.pl/~rolski/indexpl.html>

Ross, S.M. (1991)
A Course in Simulation.
Macmillan, New York.

R. Wieczorkowski i R. Zieliński (1997) *Komputerowe generatory liczb losowych*.
WNT, Warszawa.

N. Madras (2002)
Lectures on Monte Carlo Methods.
American Mathematical Society, Providence

O. Häggström
Finite Markov Chains and Algorithmic Applications.
London Mathematical Society Student Texts

Bardziej ambitne referencje to:

Asmussen, S. & Glynn
Stochastic Simulations; Algorithms and Analysis.
Springer, New York, 2007.

Szczegółowy program wykładu

1. Wstęp:

liczby losowe i quasi losowe,
generatory liczb losowych.

2. Symulacja zmiennych i wektorów losowych o zadanych rozkładach:

metoda dystrybuanty odwrotnej; przypadek ogólny – algorytm ITM,
rozkład wykładniczy,
rozkład Pareto,
rozkłady ciężko i lekkoogonowe,
algorytm ITM-d oraz ITR dla rozkładów kratowych,
rozkład dwumianowy,
rozkład Poissona,
metoda eliminacji,
symulowanie $N(0,1)$ metodą eliminacji,
symulowanie rozkładu gamma,
symulowanie wektora normalnego,
metoda Boxa-Müllera, metoda biegunowa Boxa-Müllera,
metoda Choleskyego,
metoda ROU,
symulacja rozkładów jednostajnych w kostkach, kulach i innych pozbiorach R^d oraz sferze $\mathcal{S}_{d-1}$.

3. Podstawy metod Monte Carlo– niezależne replikacje,

estymacja nieobciążona,
przedział ufności, błąd bezwzględny i względny, fundamentalny wzór $e\sqrt{n} = 1.96\sigma$, budżet symulacji,
zgrubna metoda Monte Carlo (CMC),
losowanie warstwowe (SS),
losowanie istotnościowe (IS),

- obliczanie prawdopodobieństwa awarii sieci
- symulacja prawdopodobieństwa ruiny,
 - efektywna i logarytmicznie efektywna symulacja zdarzeń rzadkich.
 - twierdzenia o optymalności symulacji metodą OECM.
- 4. Symulacje stochastyczne w badaniach operacyjnych(do wyboru), finansach i ubezpieczeniach (do wyboru),
- 5. Planowanie symulacji procesów stochastycznych(do wyboru),
- 6. Symulacje procesów Markow; symulacja doskonała, podstawy Monte Carlo Markov Chains (MCMC).