

Mamy n kart. Na początku poukładane: k_1, k_2, \dots, k_n . (myślmy: karta najbardziej z lewej strony to karta na górze talii, karta najbardziej z prawej strony to karta na spodzie talii).

- Tasowanie **top-to-random**

Oznaczmy miejsca między kartami:

$$k_1_k_2_ \dots _k_n_$$

Jeden krok polega na wybraniu losowo (tj. z prawd $1/n$) jednego z tych miejsc, a następnie włożenia tam karty z samej góry.

Np. oto 4 przykładowe kroki dla 5ciu kart (X_i ma rozkład jednost. na $\{1, 2, 3, 4, 5\}$):

<i>miejsce :</i>	1	2	3	4	5	
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	$X_1 = 3$
	k_2	k_3	k_1	k_4	k_5	$X_2 = 1$
	k_2	k_3	k_1	k_4	k_5	$X_3 = 5$
	k_3	k_1	k_4	k_5	k_2	$X_4 = 4$
	k_1	k_4	k_5	k_3	k_2	

- Tasowanie **random exchange**

Jeden krok: Losujemy niezależnie dwie liczby X, Y z rozkładu jednostajnego na $\{1, 2, \dots, n\}$. Jeśli $X = Y$ to nic nie robimy, w przeciwnym przypadku zamieniamy ze sobą dwie karty, które obecnie są na pozycjach X i Y .

Np. oto 4 przykładowe kroki dla 5ciu kart (X_i, Y_i mają rozkład jednost. na $\{1, 2, 3, 4, 5\}$):

<i>pozycja :</i>	1	2	3	4	5	$X_1 = 2, Y_1 = 4$
	1	4	3	2	5	$X_2 = 2, Y_2 = 5$
	1	5	3	2	4	$X_3 = 1, Y_3 = 1$
	1	5	3	2	4	$X_4 = 3, Y_4 = 1$
	3	5	1	2	4	

- Tasowanie **Riffle Shuffle**

Dwa równoważne opisy, opis 2 dużo łatwiejszy do symulacji.

Opis 1: Talie kart dzielimy na dwie części, punkt podziału to zmienna losowa dwumianowa z parametrami $n, 1/2$. Następnie robimy *Riffle Shuffle*, prawdopodobieństwo “opuszczenia” karty z danej ręki jest proporcjonalne do liczby kart. Tzn. założymy, że w “lewej ręce” mamy k kart, a w prawej $n - k$, wtedy $P(Lewa) = k/n, P(Prawa) = (n - k)/n$, gdy np. pierwsza karta była “opuszczona” z lewej ręki, to następnie: $P(Lewa) = (k - 1)/(n - 1), P(Prawa) = (n - k)/(n - 1)$

Opis 2: Dla każdej z kart losujemy 0 lub 1 z prawd. $1/2$. Następnie wyjmujemy z talii karty z wylosowanymi 0 i - zachowując ich względny porządek - umieszczamy je na górze talii.

Np. oto 4 przykładowe kroki dla 5ciu kart:

```
1 2 3 4 5
0 1 1 0 0

1 4 5 2 3
0 1 0 1 1

1 5 4 2 3
1 1 0 1 0

4 3 1 5 2
1 0 1 1 1

3 4 1 5 2
```

Przykładowa funkcja do **random exchange**:

(Przykładowe użycie: `shuffle_exchange(10,20)`')

```
1 function Talia=shuffle_exchange(n,ile_krokow);
2 % shuffle_exchange(n,ile_krokow);
3 % tasowanie random-exchange
4 % n - liczba kart
5 % ile_krokow - liczba krokow
6 % startujemy z układu 1,2,...,n
7
8 Talia=1:n; % startujemy z układu 1, 2, ... n
9
10 for krok=1:ile_krokow
11     tmp=ceil(n*rand(2,1)); % dwie losowe liczby z 1,...,n
12     L=tmp(1,1); R=tmp(2,1);
13     if(R~=L)
14         Talia([L R])=Talia([R L]); % zamieniamy karty
15     end
16 end;
```

PYTANIE: Jak “sprawdzić” czy karty są dobrze potasowane?