EGZAMIN – UWAGI, WSKAZÓWKI, ODPOWIEDZI

UWAGI OGÓLNE:

- To nie jest egzamin na ucznia klasy V SP, tylko na nauczyciela. Nie chodzi o to, żeby zadanie rozwiązać poprawnie, ale byle jak. Trzeba je rozwiązać poprawnie pod względem metodycznym, tak żeby rozwiązanie mógł zrozumieć uczeń i żebym ja wiedziała, że Państwo potrafią uczniowi to zadanie właściwie wytłumaczyć.
- Niedopuszczalne jest używanie metod i pojęć niedostępnych w szkole podstawowej (np. miary łukowej kąta, równań z parametrem).
- Wprowadzając nowe zmienne/oznaczenia (tzn. nieopisane w treści zadania), należy podać ich opis.
- Rozwiązanie to nie tylko odpowiedz i rachunki, ale fakty pośrednie, z których się korzysta i uzasadnienia tych faktów. Rozumowanie bez argumentacji jest niewiele warte, bo to nie jest nauka matematyki.

Zad. 1

- sieroty i wdowy pozostawione na końcu linijki,
- małe litery w nazwie przedmiotu (poza ew. pierwszym słowem),
- cyfra napisana kursywą,
- poprawna pisownia daty: 3.07.2020, 03.07.32020, 3 VII 2020 (bez kropek), 3 lipca 2020 (miesiąc w dopełniaczu, bez podpórek fleksyjnych),
- interpunkcja: przecinki oddzielające imiesłowy przysłówkowe (zwłaszcza współczesne) oraz zdania podrzędnie złożone,
- rzeczowniki pospolite z małej litery (słowo, honor),
- ortografia: honor, sfotografować,
- wysyłamy na adres, pisownia *mejl* jest dopuszczona w języku polskim, ale forma *mail* jest niepoprawna, chyba że *e-mail*.
- *korona-egzamin* jest błędny, *koronaegzamin* był poprawny (jak *koronaferie* itp.),
- *pismo odręczne* jest poprawne,
- kropki przy skrótach, które nie są zakończone ostatnią literą wyrazu, np. godz.
- frazeologia: pomoc *drugiej osoby* lub *osób trzecich*,
- pisownia form rodzajowych: *pracował(a)*, *pracował(a)by*, *pracowałem(-łam)*, ukośnik tylko w formach pełnych: *pracował/pracowała*, *pan/pani*.

Końcowa ocena z egzaminu była obniżana o jeden stopień za występujące w rozwiązaniach rażące błędy ortograficzne i o pół stopnia za rażące błędy interpunkcyjne oraz gramatyczne (niezależnie). Przykłady: *wypompować wodę*, *wykożystać*, *obracać tego graniastosłupa*, *ilość metrów sześciennych* (*liczba* nie *ilość*), *policzyć pole*/*objętość* (pole i objętość się oblicza), ~~*do siebie*~~ *podobne*, znaki stawiamy *przy sobie*, *trzy razy pod rząd* (powinno być *z rzędu*).

Zad. 2

Wady:

- rysunek towarzyszy treści zadania (błąd metodyczny),
- wskazane są dodatkowe założenia (a można było o nie tylko zapytać).

Zalety:

- realistyczny kontekst zadania,
- kształt podany na rysunku, a nie nazwany w treści zadania, trzeba dociec, co to za bryła,
- kształt basenu jest złożony, nieoczywisty, pozwala na różne strategie rozwiązania,
- konieczność doprecyzowania założeń (np. czy basen jest napełniony po brzegi).

Uwagi:
Rzeczywiście lepiej odczytać wymiary *z rysunku*, a wymiary są podane *na rysunku*. Ceny wody i odprowadzenia ścieków są naprawdę bardzo zbliżone, chociaż różne w różnych miastach. W treści nie ma zbędnych danych. Szerokość torów wskazuje, w którą stronę basenu są one prowadzone. Ta informacja jest ładnie zakamuflowana.

Zad. 3. Koszt wymiany wody to 9750 zł. Wymagane było zauważenie, że rozważaną bryłą jest graniastosłup o podstawie trapezu (nie trójkątny, ścięty). Można było podzielić bryłę na prostopadłościan i graniastosłup trójkątny stanowiący jego połowę (wtedy rachunki są najłatwiejsze). Podpowiedzi dla ucznia w I sposobie rozwiązania to wskazanie ścian równoległych, zauważenie przystających ścian równoległych (czyli definicja graniastosłupa), wykonanie modelu bryły do manipulacji. Takich modeli zazwyczaj nie ma w standardowych pomocach szkolnych (co pokazuje, jak sztampowo są przygotowywane pomoce szkolne). W II sposobie rozwiązania można zapytać o to, jak wyglądałby basen, gdyby miał jednakowa wysokość i jak różni się rzeczywisty basen od tej bryły.

Zad. 4. Oceniane:

- poprawna klasyfikacja cech,
- poprawne wykonanie tabeli kartezjańskiej cech (nie powinno być skrzyżowanych cech samych ze sobą) – vide diagram poniżej,
- zaawansowanie procesu rozwiązania,
- tok rozumowania pokazujący jedyność rozwiązania,
- ostateczna odpowiedź (korniszonami trącił dżem ananasowy).

☆☆	ANANASOWY	BANANOWY	MANDARYNKOWY	MORELOWY	POMARAŃCZOWY	0.2 L	0.3 L	0.5 L	0.7 L	1 L	CUKINIA	GRZYBY	OGÓRKI	PAPRYKA	ŚLIWKI
BIAŁA															
CZERWONA															
NIEBIESKA															
ZIELONA															
ŻÓŁTA															
CUKINIA															
GRZYBY															
OGÓRKI															
PAPRYKA															
ŚLIWKI															
0.2 L															
0.3 L															
0.5 L															
0.7 L															
1 L															

Zad. 5

błąd merytoryczny: *para to <u>przynajmniej</u> dwie rzeczy* (powinno być *dokładnie dwie*)
błąd metodyczny: nieporadna pogadanka heurystyczna, warto było posadzić w klasie chociaż jednego ucznia,
błąd językowy: *para to coś, co są dwa*

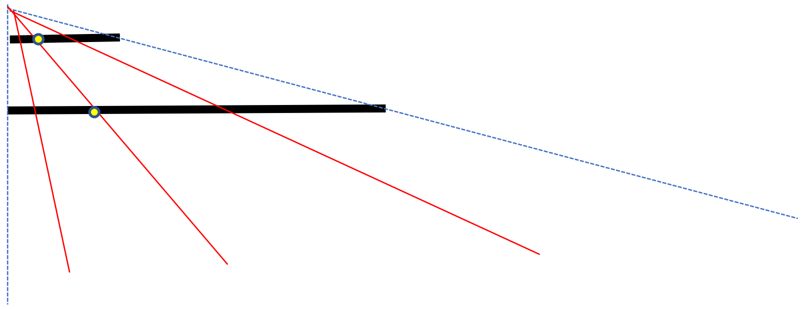
- Co oznacza, z czym się kojarzy słowo *parzysty*?
- *Parzysty* pochodzi od *pary*, da się ustawić w pary.
- Co to jest *liczba parzysta*?
- To tyle elementów, żeby dało się je ustawić w pary.
- A jak można ustawić pary?
- W dwuszeregu, zbudować z nich prostokąt o boku dwa.
- Czyli liczba parzysta daje się ustawić w dwóch równych szeregach, daje się podzielić na 2.
- Które są parzyste, a które nie? 147, 125, 352, 728
- Po czym poznać, że liczba jest parzysta?
- Po ostatniej cyfrze.

- Dlaczego wystarczy popatrzeć na ostatnią cyfrę?
- Bo wyższe cyfry to dziesiątki, setki, tysiące, … a one są parzyste. Parzystość liczby zależy tylko od tego, ile liczba ma jedności.

- Kiedy stosujemy ustawianie w pary?
- Do policzenia dzieci na zbiórce, do marszu w kolumnie dwójkowej, …
- Kogo i co można ustawić w pary?
- Dżokeje i ich konie, członkowie rodziny i ich miejsca przy stole lub ulubione kubeczki na herbatę,…
- Po co się to robi?
- Żeby sprawdzić, że nikogo nie brakuje, dla nikogo nie brakuje miejsca, kubeczka, …
- Co to oznacza, jeśli możemy dwa zbiory ustawić w pary i nikt nie zostaje bez swojej pary?
- Te zbiory mają tyle samo elementów (koni i dżokejów, członków rodziny i kubków).
- Czy liczb parzystych i nieparzystych jest tyle samo?
- Tak, bo każda ma parę. Każda liczb nieparzysta stoi w parze z liczbą parzystą o jeden większą.
- Czy każda liczba jest wykorzystana? Czy każda ma parę? Z kim stoją: 6, 14, 17, 147, 125, 352, 728?
- Ile jest liczb parzystych? A nieparzystych?
- Te liczby nigdy się nie kończą, zawsze można podać większą liczbę. Jest ich nieskończenie wiele.
- A ile jest wszystkich liczb naturalnych?
- Też nieskończenie wiele.
- Czyli jest ich tyle samo, co liczb parzystych?
- Nie, jest ich dwa razy więcej, bo do parzystych dochodzą jeszcze liczby nieparzyste, których jest tyle samo, co parzystych.
- Czy można liczby parzyste ustawić w pary z liczbami naturalnymi?
- Można każdą liczbę naturalną ustawić z jej dwukrotnością.
- Czy wszystkie liczby będą wykorzystane? Z Jakimi liczbami będą ustawione liczby naturalne 6, 14, 17, 147, 125, 352, 728? A z jakimi liczbami naturalnymi będą stały w parze liczby parzyste 6, 14, 352, 728?
- Czy zatem liczb naturalnych i parzystych jest ich tyle samo?
- Tak.
Ale jednocześnie jest ich dwa razy tyle?
- Tak.
- Czyli że podwojona nieskończoność to dalej ta sama nieskończoność $2\cdot\aleph_0 = \aleph_0$. Arytmetyka liczb nieskończonych jest dziwna i wydaje się paradoksalna. W którym odcinku jest więcej punktów: o długości 1 cm czy 5 cm? I ile razy więcej?
- Więcej punktów jest w odcinku o długości 5 cm. Jest ich 5 razy więcej, bo można dłuższy odcinek podzielić

na 5 krótszych o długości 1 cm.
- A czy można punkty z tych odcinków jakoś ustawić w pary?

- Np. tak:



- Czyli punktów w tych odcinkach jest tyle samo! Chociaż jeden ma ich 5 razy więcej niż drugi.
- Czyli 5 razy nieskończoność to dalej ta sama nieskończoność, $5\cdot\aleph_1 = \aleph_1$.

Zad. 6. Żaden wielościan o trójkątnych ścianach nie może mieć ich 333. Wówczas liczba wszystkich boków trójkątów wynosiłaby 333·3 = 999, ale 2 boki trójkątów muszą być sklejone, żeby utworzyły krawędź wielościanu, więc liczba krawędzi to 999:2, a to nie jest liczba całkowita. Wielościan nie może mieć ułamkowej liczby krawędzi.

Zad. 7. Pole pięciokąta wynosi $^{147}/_{16} = 9$ i $^{3}/_{16}$ cm^2. Jego dwa kąty (dolne) są proste, bo tworzą je narożniki kartki. Kąt górny też jest prosty, bo w kroku 3 zaginamy pasek wzdłuż dwusiecznych kątów prostych, czyli pod kątem 45°, zatem górny kąt składa się z dwóch kątów po 45°. Pozostałe kąty są jednakowe (z symetrii figury). Pięciokąt można podzielić przekątnymi wychodzącymi z jednego wierzchołka na 3 trójkąty, więc suma jego kątów wewnętrznych wynosi 3·180° = 540°, zatem pozostałe dwa kąty razem mają 540–90–90–90 = 270 stopni, czyli każdy ma po 135°.

Zalety: rozwija wyobraźnię geometryczną, umiejętność przestrzennej interpretacji płaskiego diagramu, słabszy uczeń może łatwo zbudować model i dokonać na nim obliczeń. Zadanie realistyczne, dane i treść trzeba odczytać z rysunku, ćwiczy własności miarowe (pola, sumy kątów) oraz w naturalny sposób wprowadza i ćwiczy działania na ułamkach (dodawanie, mnożenie wyłączanie całości).

Zad. 8. Z grubsza wskazówki są prostopadłe dwa razy w ciągu godziny, czyli 24 razy w ciągu 12 godzin. Trzeba jednak uwzględnić, że czasem prostopadłość ma miejsce na styku godzin (3:00 i 9:00). Zatem w ciągu 12 godzin prostopadłość występuje 22 razy, czyli 44 razy na dobę. Na oko widać, że pierwsza prostopadłość wskazówek po północy ma miejsce pomiędzy 0:15 i 0:20. Ale o której to jest dokładnie? Wskazówka minutowa porusza się 12 razy szybciej niż godzinowa (bo przemierza 12 odcinków między znakami cyferblatu w czasie, gdy godzinowa przemierza jeden taki odcinek). O godz. 0:00 obie wskazówki są ustawione pionowo w górę. Niech *x* oznacza miarę kąta, jaki pokona wskazówka godzinowa do czasu pierwszej prostopadłości. Wówczas wskazówka minutowa pokona kąt o mierze 12*x*, a kąt prosty między wskazówkami spełnia warunek $12x - x = 90°$, czyli $x = {}^{90}/_{11} = 8$ i $^{2}/_{11}$°. Pozostaje pytanie, ile czasu potrzebuje wskazówka godzinowa, aby wykonać obrót o kąt $8^{2}/_{11}$°. W ciągu godziny obraca się o 360/12 = 30°, co daje obrót o 1° na 2 minuty. Obrót o kąt $8^{2}/_{11}$° zajmie zatem $16^{4}/_{11}$ minut, czyli pierwsza prostopadłość wystąpi o godz. 0:16 i $^{4}/_{11}$ minuty, czyli ok. 0:16:22.

Zad. 9. System rzymski jest addytywny (cyfry reprezentują te same liczby, niezależnie od tego, jaką pozycję zajmują w zapisie liczby), dziesiętny (bazą jest 10, kolejne cyfry tworzone są dla <u>potęg</u> liczby 10 (nie *wielokrotności*) oraz połówek tych potęg, ale te ostatnie cyfry pełnią tylko rolę pomocniczą, nie są pełnoprawne z pozostałymi). Reguły zapisu są takie, że naśladują zapis w systemie dziesiętnym pozycyjnym (osobno zapisujemy cyframi rzymskimi rzędy jedności, dziesiątek, setek itd. Nie mieszamy tych rzędów). System addytywny do zapisu coraz większych liczb wymaga nieskończenie wielu cyfr, ale w systemie rzymskim do zapisu dużych liczb używamy systemu kresek otaczających liczbę i oznaczających kolejne mnożenia przez 1000.