Wykład nr 2 – Nauczanie heurystyczne

A nie mówiłam…
Nie mogę się powstrzymać od tej uwagi w nawiązaniu do poprzedniego wykładu. Na pewno słyszeli Państwo o kompromitacji pierwszego tygodnia projektu „Szkoła z TVP". Jeśli nie, proszę obejrzeć kompilacje lekcji z różnych przedmiotów w Internecie. A to tylko wierzchołek góry lodowej. Nie chcę winić za wszystko nauczycieli, bo przede wszystkich odpowiedzialne za tę kompromitację są redakcje, które taki materiał wyemitowały, ale mleko się rozlało.

a) Ewidentnie wyszło merytoryczne nieprzygotowanie w zakresie matematyki nauczycieli z klas I-III SP (liczby parzyste, średnica bocianiego gniazda, sami Państwo na pewno znajdą w sieci inne przykłady).

b) Pięknie wyszła niezaprzeczalna rola błędu w podniesieniu efektywności nauczania. Dziś przecież wszyscy Polacy wiedzą już, co to są liczby parzyste, jaką średnicę ma bocianie gniazdo i że insulina produkowana jest w trzustce nie w śledzionie. Błąd zawsze podnosi dramaturgię lekcji. Zapewne gdyby na lekcjach w TVP byli uczniowie, błędy by zauważyli (lub chociaż zgłosili wątpliwości), można by te błędy przepracować i poprawić. Wyszłyby z tego piękne lekcje heurystyczne. Początek był dobry. Ale wyszło, co wyszło.

c) Czy projekt „Szkoła w TVP" potwierdził zarzut o metodycznym nieprzygotowaniu nauczycieli matematyki w klasach IV-VI? Te lekcje nie zawierały żenujących błędów merytorycznych, a prowadzący je nauczyciele nie stali się „odkryciami edukacyjnymi roku". Lekcje przeszły raczej bez echa (ich impakt społeczny jest więc niewielki). Czy nauczyciele uniknęli błędów metodycznych?

Niestety nie. I te błędy były naprawdę dramatyczne. Spróbujmy się czegoś z tych lekcji nauczyć. W tym miejscu proszę, aby Państwo obejrzeli uważnie 1. lekcję matematyki w klasie IV SP (z 30 III 2020) – link podałam na stronie www.

Omówienie lekcji
Niby jest pizza, czapka kucharska, przelewanie oleju itd. To tylko tanie zabiegi formalne. Skupmy się na matematyce. Na normalnych zajęciach oczekiwałabym w tym miejscu uwag od Państwa. Proszę je sformułować w ramach ćwiczenia przed egzaminem. Jedno z zadań będzie dotyczyło komentarza do jakiegoś fragmentu lekcji. Poniżej to, co chciałabym, żeby Państwo zauważyli.

1) Jak wypadła konfrontacja tematu (czyli celu lekcji zakomunikowanego uczniom) z rzeczywistością?

Pojęcie ułamka jako części całości zostało poprawnie wprowadzone i zilustrowane przykładami. Czy pojawiły się jakieś kontrprzykłady utrwalające poprawną definicję? (np. figura podzielona na części nierówne); Czy były pokazane jakieś przypadki szczególne? (np. figura w ogóle nie była podzielona jawnie na części, a jakiś fragment miała zacieniowany – co wtedy? A co się dzieje, jeśli cieniujemy pół jednej części, 0 części, 2,5 części z siedmiu?, Czy można zacieniować 12 części z siedmiu? Co to znaczy dla ułamka?); Czy były pytania kontrolne sprawdzające, czy uczniowie zrozumieli to zagadnienie? Nawet gdyby nauczyciel sam na nie odpowiedział na antenie, to powinny one paść. Jakie mogły by to być pytania?
Dygresja. NIGDY nie pytamy uczniów kontrolnie „Czy rozumiecie?" To KARDYNALNY błąd. Uczniowie nie mają kwalifikacji, żeby ocenić, czy coś rozumieją albo czego nie rozumieją. Może im się wydawać, że wszystko świetnie rozumieją, albo może im być wstyd, że czegoś nie rozumieją i kiwają głowami, że jest OK. Nauczyciel nie otrzymuje żadnej rzetelnej informacji zwrotnej. To nauczyciel ma umieć tak zadać pytanie kontrolne, żeby z odpowiedzi uczniów dowiedzieć się, czy zrozumieli wszystko lub co jeszcze nie jest dla nich jasne.

2) Istotna część lekcji nie dotyczyła tematu, a nawet była od tematu odległa o lata świetlne (z punktu widzenia ucznia klasy IV). Dlaczego?

Postawcie się Państwo w sytuacji ucznia. Już wie(?), jak wygląda ułamek 2/7 wzięty z jedności (pewnej figury). Czy wie, jak wygląda (ile wynosi) ułamek 2/7 wzięty z jakiejś liczby różnej od 1? Albo z figury, która składa się z trzech jednakowych kawałków (np. trzech kół)?Tymczasem nauczyciel, jakby nigdy nic, stwierdza: 2/7 (z figury, z jedności) to to samo, co wynik dzielenia 2 przez 7. SZOK! Czwartoklasista przecież WIE, że 2 nie dzieli się przez 7. Wie, co to znaczy 6 dzielone przez 2, ale czy to jest to samo, co 6/2? Takich przykładów na obrazkach (figurach) nie było. Co to znaczy 6/4? To samo co 6 dzielone przez 4? Owszem 6 dzieli się przez 2, ale nie dzieli się przez 4. O CO CHODZI???

Ułamek, jako część całości, to zupełnie inna koncepcja niż ułamek jako wynik dzielenia liczb naturalnych. Pierwsze to była OPERACJA wykonywana na jakiejś figurze (nawet nie na liczbie), drugie to WYNIK operacji na dwóch liczbach. Dwa różne matematyczne światy!!!! Nauczyciel nawet nie próbował wytłumaczyć, dlaczego 2/3 to to samo, co 2:3. Arbitralnie powiedział, ze to jest to samo i kazał uczniom mechanicznie ćwiczyć zamianę zapisów. Czyli nie rozumienie było tu ważne, a mechaniczne stosowanie algorytmu.
A jak Państwo wytłumaczyliby uczniom, że 2/3 to tyle samo, co 2:3? Proszę pomyśleć, to potencjalne zadanie na egzamin.

3) Proszę narysować (na kartce lub w wyobraźni) prostokąt 4x8. Teraz proszę narysować ten prostokąt w skali 1:2. Ile razy mniejszy jest ten prostokąt? Czyli ile razy zmniejsza go ta skala? Proszę to porównać z odpowiednim fragmentem lekcji. To już jest poważny błąd merytoryczny. Jak nauczyciel powinien mówić o tych skalach, żeby było poprawnie?

Dialog sokratejski
Powyższe zadanie ma istotny związek z tematem dzisiejszego wykładu, ale o tym za chwilę. To co nazywamy dziś nauczaniem metodą heurystyczną (metodą pogadanki heurystycznej) wymyślił Sokrates (kiedy?). Ówczesne nauczanie odbywało się głównie (jak byśmy to dzisiaj powiedzieli) w formie tutoringu. Mistrz i uczeń przechadzali się po gaju (np. Akademosa – kto to? Stąd późniejsza nazwa Akademia – co to?) i oddawali swobodnej rozmowie, w której mistrz nauczał ucznia. Ale Sokrates ustalił niezwykłe cechy tej rozmowy, które do dziś stanowią kanon efektywnego przekazywania nie samej wiedzy, ale umiejętności matematycznych. Dlatego Sokratesa uważa się za ojca dydaktyki matematyki. Pytanie poza konkursem: Sokrates ma pomnik we Wrocławiu – gdzie?

Sam Sokrates nazywał swoją metodę nauczania „metodą mejutyczną”. Na nasze to oznacza „sztuka położnicza” – dziwne nieprawdaż? Proszę przeczytać definicję maieutyki np. z Wikipedii i przemyśleć, o co w tym chodzi.

Sokrates całe życie uczył „na żywo”, nigdy nie zniżył się do zapisania jakiegoś wykładu (a ja go popieram i bardzo ubolewam, ze muszę to wszystko do Państwa pisać, nie mając pewności, czy ktoś to w ogóle ze zrozumieniem przeczyta). Wszystko co wiemy o działalności Sokratesa, zostało spisane przez jego ucznia – Platona. Teraz proszę przeczytać fragment dialogu Platona „Menon”, część dotyczącą teorii anamnezy (zapominania). Na zajęciach zrobilibyśmy to z podziałem na role. Tak też proszę się starać to czytać. Proszę wykonać wszystkie potrzebne rysunki, zrozumieć problem matematyczny i jego rozwiązanie. Na mojej stronie podałam źródłową książkę, do której odsyłam. Obecnie z dotarciem do książki mogą mieć Państwo problemy, więc na stronie podaję link do pliku .pdf i strony, które są dla nas najbardziej istotne.

Teraz proszę przeczytać tekst jeszcze raz, zaznaczając w nim kolejne kroki metody heurystycznej:

- badanie intuicji i wiedzy niejawnej ucznia
- naturalne postawienie problemu, sprecyzowanie pojęć
- usilne prowokowanie błędu
- akceptacja stawianych hipotez, obalanie hipotez błędnych
- akceptacją błędu i brnięcie w jego konsekwencje, aż do zauważenia i zaakceptowania przez ucznia sprzeczności, czyli doprowadzenie go do stanu „wiedzy niewiedzy”
- oczyszczenie umysłu z fałszywych poglądów
- budowanie od nowa wiedzy poprawnej przez zadawanie pytań naprowadzających
- odkrycie poszukiwanej prawdy i sformułowanie twierdzenia.

Czy widzicie, że błędne odpowiedzi ucznia dają nauczycielowi wyraźną satysfakcję, bo są przez niego wcześniej przewidziane? Czy widzicie, że takiemu stylowi nauczania w istocie towarzyszy świadoma refleksja metodyczna? Czy widzicie, że tekst (podręcznik) pisany w ten sposób podaje nie tylko wynik, ale dokumentuje cały tok rozumowania? Czy znacie taki styl uczenia z jakiegoś podręcznika? Jak wyobrażacie sobie to samo zadanie rozwiązane w standardowym podręczniku do matematyki? Może tak:

TWIERDZENIE: Kwadrat o dwa razy większym polu niż pole danego kwadratu zbudowany
jest na przekątnej tego kwadratu.

DOWÓD: Niech dany jest kwadrat o boku *a*...

Przemyśl i skomentuj różnice. Zaznacz w przeczytanym dialogu Sokratesa ulubioną „złotą myśl" dotyczącą nauczania.

Jeśli ktoś chce przeczytać przykłady bardziej współczesnych dialogów heurystycznych dotyczących nauczania matematyki, odsyłam (w lepszych czasach) do lektury:

- Serge Lange *Młodzi i matematyka. Rozmowy profesora z uczniami*
- Philip Davis, Reuben Hersh *Świat matematyki*
- George Pólya *Jak to rozwiązać*? oraz *Odkrycie matematyczne*
- Imre Lakatos *Proofs and Refutations* (rozprawa doktorska opublikowana pośmiertnie jako książka)

W opinii George'a Pólya'i model heurystyczny dokonywania odkrycia stosuje do zarówno do nauczania, jak i do całej tworzonej matematyki. Jest to bowiem nauka nieformalna, która dopiero na kartach tekstu naukowego lub podręcznika nabiera charakterystycznej sformalizowanej i uporządkowanej formy. Tu przytoczę cytat z autobiografii wielkiego polskiego matematyka Stanisława Ulama (1909–1984 – z czego jest znany?) pt. *Przygody matematyka*:
... *w samej matematyce nie wszystko jest kwestią ścisłości, lecz raczej racjonalnej intuicji i wyobraźni, a także wielokrotnego zgadywania, przynajmniej na początku*. *Ostatecznie myślenie jest w większości przypadków syntezą lub zestawieniem kolejnych wniosków*, *ciągłym i wytrwałym ruchem naprzód, połączonym z „odchodzeniem na boki"*, *jeśli można tak powiedzieć, w kierunkach, które niekoniecznie są znane od samego początku*. *Nazywam to „wysyłaniem patroli na zwiady"*, *sprawdzaniem alternatywnych dróg*.

Ćwiczenie praktyczne

Poniżej zamieszczam przykład krótkiego dialogu heurystycznego nauczyciela z uczniem kl. IV. Proszę przeczytać i wskazać charakterystyczne kroki.

N: ***Co to jest* 3:0?**
U: *To wygrana trzy do zera.*
N: *Popatrz na to, jak na działanie matematyczne.* Czy *umiesz to wyliczyć*?
U: *Tak, to jest... zero*!
N: *W takim razie powinno być* $0\cdot 0 = 3$, *bo przecież mnożenie i dzielenie to działania odwrotne.*
U: *Rzeczywiście. Zero nie jest dobre... To musi być* 3*.*
N: *Czy teraz się zgadza*?
U: *No nie.* $3\cdot 0 \neq 3$.
N: *Może to będzie jakaś inna liczba*?
U: *Ale jaka? Przecież żadna liczba pomnożona przez 0 nie będzie równa 3... Nie, nie ma takiej liczby!*
N: *Masz rację. Dzielenie przez zero nie ma sensu. Wynik tego dzielenia nie jest żadną liczbą.*

To bardziej przyjazne uczniowi ujęcie problemu niż nakazowa regułka: *Zapamiętaj … nigdy nie dziel przez zero!* Heurystyczne „odkrycie" wyposaża ucznia w więcej niż wiedzę. Jeśli zapomni regułki, jest bezradny, a tu ma szansę odtworzyć rozumowanie i pójść tą samą drogą jeszcze raz, ale już samodzielnie. Wie, że da się!

Proszę zrobić teraz to samo z lekcją o liczbach parzystych / o bocianim gnieździe tzn. wykorzystać popełniony błąd i rozwinąć pogadankę heurystyczną. Takie zadanie może być na egzaminie!
Za każdym razem przy pisaniu konspektu lekcji, jeśli chcą Państwo wykorzystać metodę heurystyczną, w konspekcie powinien pojawić się taki właśnie dialog, a przynajmniej pytania, jakie nauczyciel planuje uczniom zadać.

Podsumowanie

Na podstawie powyższych rozważań spróbujmy zebrać podstawowe różnice, jakie rysują się pomiędzy dwoma sposobami przekazywania uczniom wiedzy matematycznej: stylem interaktywnym – realizowanym w otwartym dialogu nauczyciela z uczniami lub grupy uczniów między sobą (często pod dyskretnym i ukierunkowującym nadzorem nauczyciela) i tradycyjnym autorytarnym, oznajmującym stylem podręcznikowym.

- Naturalny sposób postawienia, sformułowania i krystalizowania się problemu (sprzyja wzrostowi motywacji, emocji i zainteresowania ucznia) skontrastowany z problemem pojawiającym się nagle, nie wiadomo skąd, narzuconym arbitralnie.
- Potoczność, brak ścisłości języka używanego do precyzowania pojęć i prowadzenia rozumowań przeciwstawiona językowi formalnemu. Dialog w samej swej istocie wydaje się być jawnym atakiem na formalizm.
- Nacisk kładziony na częste odwoływanie się do intuicji (nawet jeśli wiedzie nas na manowce), a nie na formalne rozumowania analityczne.
- Stawianie pytań otwartych (także NIEPRECYZYJNYCH!!!), wymagających doprecyzowania i interpretacji, unikanie pytań zawężających pole badań, nazbyt konkretnych, wymagających jednoznacznego rozstrzygnięcia. Zadania otwarte dają możliwość i stanowią zachętę do stawiania dalszych pytań, poszukiwania uogólnień i samodzielnych eksploracji.
- Samodzielne (choć stymulowane przez nauczyciela) odkrywanie praw i pojęć matematyki przez uczniów zamiast ich recepcji w gotowej postaci.
- Postępowanie nauczyciela mające na celu raczej otwieranie przed uczniem nowych możliwości niż narzucanie jakiegoś sposobu postępowania (zamiast polecenia: *skróć*! – pytanie: *czy coś ci to przypomina*?). Nauczyciel przestaje być postacią pierwszoplanową, jego rola sprowadza się do udzielania subtelnej i nie nazbyt konkretnej pomocy.
- Prezentacja i wartościująca ocena różnych punktów widzenia, różnych sposobów rozumowania. Pokazywanie wątpliwości i omylności, eksploracja „ślepych zaułków" rozumowania.
- Zabieganie o jakość finalnego rozwiązania przez dopuszczenie wielości pomysłów, a nie narzucanie jedynie słusznego sposobu postępowania.
- Dokumentacja procesu dokonywania odkrycia, uczenie technik poszukiwania rozwiązania nie tylko prezentowanie finalnego produktu. Zaakceptowanie prawa do poczucia bezradności w nowych sytuacjach, do poruszania się po omacku, prawa do popełniania błędów. Zapobieganie frustracji uczniów (*rozumiem*, *ale sam bym na to nigdy nie wpadł*).
- Utożsamianie się ucznia z postaciami dialogu, które myślą podobnie jak on (w szczególności popełniają te same błędy) rodzące poczucie dowartościowania. Afirmacja otwartej postawy badawczej.
- Przekazywanie uczniom umiejętności zwracania uwagi na innych, pracy w zespole, percypowania emocji, postaw, nastawień, myśli i działań.
- Uczenie matematyki imitujące sposób, w jaki jest ona tworzona i uprawiana przez zawodowców oraz odtwarzające drogi jej historycznego rozwoju. Wszak nie wszystkie pojęcia znajdowały od razu swoje precyzyjnie określone miejsca w strukturze dotychczasowej wiedzy.

Pamiętajmy też, jak wartościowe z punktu widzenia nauczania matematyki (a jednocześnie jak trudne w realizacji) jest zachęcanie ucznia do własnych poszukiwań, przekazywanie mu umiejętności ich prowadzenia oraz dostarczanie doświadczeń w tym zakresie. Tylko wtedy, gdy błędne odpowiedzi nie są karane lecz stają się środkiem do znalezienia rozwiązania możemy rozwijać zdolności twórcze uczniów i przekazywać im strategie trudnej sztuki „odkrywania". Podręczniki (lub ich fragmenty) pisane w formie dialogu pozwalają w najbardziej naturalny sposób te umiejętności przekazać, a także uczą samych nauczycieli prowadzenia mądrych i przenikliwych rozmów z uczniami. Dialog jest czynną formą zdobywania wiedzy. Zadawane pytania zmuszają do ich analizy i wysiłku umysłowego (dzięki czemu przekazywana w nich wiedza wydaje się jasna i przejrzysta), a przy tym pomagają efektywnie koncentrować się na problemie. Relacja uczeń – nauczyciel z autorytarnej przekształca się w partnerską. Postawa nauczyciela z dość typowej, którą można scharakteryzować słowami *opowiem wam o świecie*, *a wy*, *po prostu spróbujcie go zrozumieć*... zmienia się automatycznie w – ze wszech miar pożądaną na lekcji matematyki – *chodźcie*, *razem poszukamy odpowiedzi*...