

TlwnM: Kartkówka 2 – podsumowanie

Zad. 1. Gdyby wszyscy obecnie żyjący Ziemiańskie od początku roku nieprzerwanie zapisywali dziesiętnie podaną liczbę w podanym tempie, to jaką część pracy mieliby już mniej więcej za sobą? Przedstaw założenia, wyniki, interpretacje.

- a) liczbę 2^{2020} w tempie 10 cyfr na sekundę
- b) liczbę 2^{2020} w tempie 1 cyfry na sekundę
- c) liczbę 3^{2020} w tempie 10 cyfr na sekundę
- d) liczbę 3^{2020} w tempie 1 cyfry na sekundę

Odp. Dziwi mnie wątpliwość niektórych z Państwa, o jakich *ziemian* chodzi. Nazwy mieszkańców planet piszemy wielką literą, a nazwy warstw społecznych to rzeczowniki pospolite, więc małą. Nie odejmowałam za to punktów, chociaż chyba powinnam, bo w grę wchodzi elementarna znajomość ortografii języka polskiego (tym bardziej, jeśli ktoś odmieniał *ziemianinów*). Wpisując np. w witrynie WolframAlpha.com działanie 2^{2020} , przekonujemy się, że jest to ok. $1 \cdot 10^{608}$, czyli liczba 609-cyfrowa, więc jej zapis w tempie 10 cyfr (1 cyfry) na sekundę zająłby jednej osobie niewiele ponad minutę (ponad 10 minut), a tym bardziej zrobiłaby to już dawno współpracująca ludzkość. Liczba 3^{2020} ma 964 cyfry, więc jej zapis w tempie 10 cyfr (1 cyfry) na sekundę zająłby jednej osobie ponad półtorej minuty (ponad 16 minut). Uwaga! 2^{2020} to liczba nie cyfra!!!

Zad. 2. Co wprowadzić w okienku wejścia witryny WolframAlpha.com, aby system ten zapisał symbolicznie podaną sumę liczb i podał na nią wzór?

- a) kwadratów liczb od 1 do n
- b) sumę sześciąt liczb od 1 do n

Odp. Wystarczy wpisać wyrażenie w naturalnej notacji: a) " $1^2+2^2+\dots+n^2$ " b) " $1^3+2^3+\dots+n^3$ ", chociaż jeszcze całkiem niedawno WolframAlpha takiego zapisu nie rozumiał i trzeba było wpisywać "Sum[k^2,{k,1,n}]" lub "Sum[k^3,{k,1,n}]".

Zad. 3. Poniżej jest przykład rachunkowy z podręcznika dla SP i klucz odpowiedzi dla nauczyciela. Sprawdź, jaki wynik poda WolframAlpha.com. Skomentuj problem.

g) $\sqrt{3,5} : 2\sqrt{\frac{7}{8}}$

1. a) 10, b) 18
d) 2400. 4. a) ...
g) 1, h) 1000.

Odp. To problem wynika z interpretacji kolejności działań. Czy poprawnie należy wykonać dzielenie przez 2 i mnożenie przez $\sqrt{7}/8$ (wynik 0,875), czy tylko dzielenie przez podwojoną liczbę $\sqrt{7}/8$ (wynik 1)? Ta pierwsza wersja jest zgodna z przyjętą w matematyce konwencją kolejności działań i taki wynik pokazuje WolframAlpha. Błąd jest w podręczniku.

Zad. 4. Znajdź miejsca zerowe danego wielomianu z dokładnością do 3 m.p.p.

- a) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 8$ b) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 6$
c) $f(x) = 2x^3 - 8x^2 + 6$ d) $f(x) = 2x^3 - 8x^2 + 8$

- Odp.** a) -0.864, 1.082, 4.282 b) -0.756, 0.915, 4.341
c) 1, -0,791, 3,791 Rajcz d) -0.903, 1,193, 3,709

Zad. 5. Ile pierwiastków ma dane równanie? Podaj największy z nich z dokładnością do 3 m.p.p. Po ilu powtórzeniach metody iteracji (jakiej, z jaką wartością startową) dostaniesz taką dokładność?

- a) $e^x = 5 - x^2$ b) $e^x = 4 - x^2$
c) $10^x = 5 - x^2?$ d) $10^x = 4 - x^2?$

Odp. Liczba pierwiastków równania wymaga uzasadnienia. We wszystkich przypadkach są dwa pierwiastki i działa iteracja logarymiczna (liczbę powtórzeń podano dla $a_1=1$), iteracja wykładnicza jest rozbieżna.

- a) $x_2=1.241$, 23 powtórzenia iteracji $\ln(5-Ans^2)$
b) $x_2=1.058$, 29 powtórzeń iteracji $\ln(4-Ans^2)$
c) $x_2= 0.659$, 4 powtórzenia iteracji $\log(5-Ans^2)$
d) $x_2= 0,565$, 5 powtórzeń iteracji $\log(4-Ans^2)$

Zad. 6. Wyznacz liczbę pierwiastków równania $|x^2 - 5|x| + 4| - 1 + 0,9x = 0,9x + b$ w zależności od parametru b .

Odp. Ze względu na pomyłkę w treści, zadanie zostało anulowane. Odpowiedź łatwo odczytać z wykresu, analizując jego szczególne punkty i symetrię. Otrzymamy:

- 0 pierwiastków dla $b \in (-\infty, -1)$
4 pierwiastki dla $b = -1$
8 pierwiastków dla $b \in (-1, 1,25)$
6 pierwiastków dla $b = 1,25$
4 pierwiastki dla $b \in (1,25, 3)$
3 pierwiastki dla $b = 3$
2 pierwiastki dla $b \in (3, \infty)$