Lista zadań nr 11 – Wykresy funkcji

Zad. 1. Naszkicuj wykresy funkcji (z głowy, tzn. bez badania przebiegu zmienności) i „na sucho” tzn. bez użycie TI. Potem sprawdź odpowiedzi z TI. Wyciągnij wnioski.

a) $f(x) = x^2 + \sin 10x$ c) $f(x) = x + \frac{1}{(x-2)}$ e) $f(x) = \ln(\cos x)$

b) $f(x) = 20\sin(3x) + \sin(26x)$ d) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ f) $f(x) = \cos(\ln x)$

g) $f(x) = x\cos x$ i) $y = (\sin x)^{\sin x}$ k) $y = (\mathrm{tg}\, x)^{\mathrm{tg}\, x}$

h) $f(x) = 1/\sin x$ j) $y = (\cos x)^{\cos x}$ l) $y = (\mathrm{tg}\, x)^{\sin x}$ ł) $y = (\sin x)^{\cos x}$

Zad. 2. Czy $f(x) = x + \frac{1}{x-513}$ jest funkcją rosnącą?

Zad. 3. Które z funkcji są rosnące?

a) $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x - 4{,}21$

b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 4{,}21$

c) $f(x) = x^3 - 3{,}5x^2 + 3x - 4{,}21$

d) $f(x) = x^3 + 6x^2 + 3x - 4{,}21$

Przeprowadź doświadczenie pozwalające uzupełnić zdanie:

Funkcja $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x - 4{,}21$ jest rosnąca $\Leftrightarrow$ *a* .....

.....

Zad. 4. Które z funkcji są rosnące?

a) $f(x) = x + 1{,}5\sin x$

b) $f(x) = x + 0{,}78\sin x$

c) $f(x) = x + 0{,}78\sin 3x$

d) $f(x) = x + 0{,}78\sin\frac{x}{2}$

Uzupełnij zdanie:

Funkcja $f(x) = x + a\sin bx$ jest rosnąca $\Leftrightarrow$ .....

.....

Zad. 5. Zaplanuj doświadczenie pozwalające odkryć, dla jakich wartości parametrów *a*, *b*, *c* funkcja $f(x) = ax + b\sin cx$ jest malejąca.

Zad. 6. a) Co się dzieje w okolicach osi *OY* z wykresem funkcji $f(x) = \sin\frac{1}{x}$?

b) Rozwiąż równania dla $x \in (0, 1]$: $\sin\frac{1}{x} = 1$, $\sin\frac{1}{x} = 0$, $\sin\frac{1}{x} = \frac{1}{2}$.

c) Co się stanie, jeśli pomnożymy tę funkcję przez x^2? A co, jeśli przez x?

d) Czy zmieni to istotnie jakąś własność funkcji? Jaką?

e) Uzupełnij zdania:

$f(x) = x^a \sin\frac{1}{x}$ ma granicę w $x=0 \Leftrightarrow a$ .....

$f(x) = x^a \sin x^b$ ma granicę w $x=0 \Leftrightarrow$ .....

f) Czy pamiętałeś o niecałkowitych i ujemnych *a*?

Zad. 7. Wyznacz liczbę pierwiastków równania $|x^2 - 5|x| + 4| - 1 + 0{,}9x = 0{,}9x + b$ w zależności od parametru *b*. Jaka jest największa liczba pierwiastków równania $|x^2 - 5|x| + 4| - 1 + 0{,}9x = ax$?

Zad. 8. Wykres funkcji $f(x) = -\frac{1}{2}|x| + 1{,}118$ tworzy daszek nad okręgiem $\begin{matrix} y = \sqrt{1-x^2} \\ y = -\sqrt{1-x^2} \end{matrix}$.

a) Ile dokładnie wynosi owe 1,118? Skąd to głupie pytanie?

b) Znajdź takie *a*, aby funkcja $f(x) = -\frac{1}{2}|x| + a$ była daszkiem nad parabolą $y = 1 - x^2$.

c) Znajdź też takie *a* dla funkcji $y = \cos x$ oraz $y = \cos x - x^2$, gdzie $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

Warto oglądać w powiększeniu wykresy typu $1 - x^2 - f(x)$. Dlaczego?