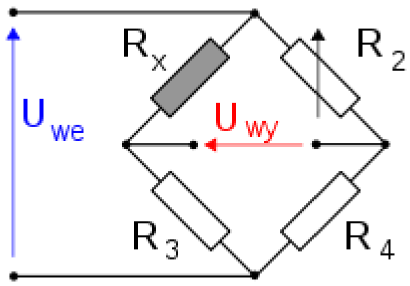
Lista 3 – omówienie

Zadanie 13

Jeśli dwa oporniki o rezystancjach R_1 i R_2 połączymy **szeregowo** (proszę wykonać odpowiedni rysunek), to rezystancja zastępcza R tego układu będzie średnią **arytmetyczną** R_1 i R_2. Wynika to z prawa Ohma ($R = U/I$) oraz z tego, że spadki napięcia na każdym oporze sumują się (napięcie w obwodzie nie znika), czyli zachodzi $U = U_1 + U_2 = IR_1 + IR_2 = 2IR$, stąd R = ½ ($R_1 + R_2$).

Jeśli dwa oporniki o rezystancjach R_1 i R_2 połączymy **równolegle** (proszę wykonać odpowiedni rysunek), to rezystancja zastępcza R tego układu będzie średnią **harmoniczną** R_1 i R_2. Wynika to z prawa Ohma oraz z tego, że prąd rozdziela się teraz na dwa obwody, czyli zachodzi $I = I_1 + I_2 = U/R_1 + U/R_2 = 2U/R$, stąd R = 2 / ($1/R_1 + 1/R_2$).

W zagadnieniu równoważenia mostka w obwodzie zainstalowany jest galwanometr (wskaźnik zera, czyli braku napięcia na mostku) - patrz rysunek.



Zadanie polega na dobraniu rezystancji opornika $R_x = R_4$, tak aby mostek był zrównoważony, czyli żeby nie występowała różnica napięcia na zaciskach galwanometru, czyli $U_x = U_2$ oraz $U_3 = U_4$. Wówczas $I_xR_x = I_2R_2$ oraz $I_3R_3 = I_4R_4$, przy czym ten sam prąd płynie przez R_x i R_3 (czyli $I_x = I_3$) oraz ten sam prąd płynie przez R_2 i R_4 (czyli $I_2 = I_4$). Mamy zatem $I_3R_x = I_2R_2$ oraz $I_3R_3 = I_2R_4$. Dzieląc te równania stronami, otrzymujemy $R_x / R_3 = R_2 / R_4$ lub równoważnie $R_x \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$, a uwzględniając $R_x = R_4$, mamy $R_x^2 = R_2 \cdot R_3$, czyli szukana rezystancja równoważąca mostek jest średnią **geometryczną** pozostałych.

Uwagi luźne

1. W zad. 1. Warto zauważyć, że długość krawędzi sześcianu jest średnią a) arytmetyczną, c) geometryczną długości krawędzi prostopadłościanu, a w b) pole ściany sześcianu jest średnią arytmetyczną pól ścian prostopadłościanu (długość krawędzi sześcianu jest więc pierwiastkiem ze średniej arytmetycznej pól ścian prostopadłościanu).

2. Jest pań na tyle mało, a zadań na listach na tyle dużo, że łatwo podzielić się pracą tak, aby każdy rozwiązał inne zadania. Proszę o to zadbać w przyszłości. W przeciwnym razie będę odgórnie narzucała każdemu numery zadań, a nie chciałabym tego robić. Warto żebyście wymieniały się swoimi pracami i dzięki temu każda miałaby rozwiązaną całą listę (z moimi uwagami). Jeśli wszyscy zrobią to samo, większa część listy nadal zostanie nierozwiązana przez nikogo.

Błędy merytoryczne

1. Jeśli jest mowa o ścianach prostopadłościanu, to ile ścian mamy na myśli? Każdy prostopadłościan ma 6 ścian. Skąd pomysł, że ścianami prostopadłościanu są tylko jego ściany boczne?

2. Sumujemy długości krawędzi, nie sumujemy krawędzi, bo sumuje się liczby, a krawędzie to figury. Wyrażenie typu „suma boków" jest dopuszczalne w żargonie matematycznym tylko w formie mówionej i pod warunkiem, że upewnimy się, że wszyscy rozumieją ten skrót myślowy (tzn. wiedzą, że jest formalnie niepoprawny, a nam chodzi o dodawanie liczb). Na piśmie należy wyrażać się poprawnie.

3. Nie spodziewałam się, że na II stopniu studiów spotkam jeszcze takie kwiatki:
Sumy długości krawędzi pudełka i sześcianu mają być SOBIE równe, zatem $4(a+b+c) = 12x$.
Jeśli mają być SOBIE RÓWNE, to trzeba napisać $4(a+b+c) = 4(a+b+c)$ oraz $12x = 12x$.

Błędy metodyczne

1. Jeśli wprowadzamy zmienne lub oznaczenia, których nie ma w treści zadania, należy zawsze opisać, co one oznaczają. W zadaniach z geometrii można objaśnić to na rysunku. W przeciwnym razie zawsze musi być jasny opis słowny (np. nie wystarczy opisać, że s to droga; trzeba napisać dokładnie jaka/czego/skąd dokąd itp.).

2. Jeśli ktoś nie radzi sobie z prowadzeniem rozumowań, proszę wrócić do zapisu dwukolumnowego. Jeśli korzystamy z tego, że jakiś trójkąt jest prostokątny, a nie zostało to podane w treści zadania, należy fakt prostokątności uzasadnić. W związku z tym, chcemy skorzystać np. z twierdzenia Pitagorasa, to sprawdzamy jego założenia (uzasadniamy prostokątność odpowiedniego trójkąta), a w samym rozumowaniu powołujemy się na twierdzenie Pitagorasa i podajemy, do jakiego trójkąta je stosujemy (a nie tylko zapisujemy tezę wziętą nie wiadomo skąd).

Błędy językowe

1. Liczebniki porządkowe od głównych w zapisie cyfrowym odróżniamy kropką (piszemy ją po porządkowych). Zazwyczaj ta kropka nie jest potrzebna, bo rodzaj liczebnika wynika z kontekstu zdania (np. 2 okrążenia, 2 okrążenie). Koniecznie trzeba pisać kropkę w przypadku liczebnika 1, bo nie wiadomo, czy „1 okrążenie” oznacza pierwsze okrążenie czy jedno okrążenie.

2. Zdania złożone z użyciem imiesłowu przysłówkowego współczesnego są złożone podrzędnie, dlatego oddzielamy je przecinkiem (z obu stron). To już było w omówieniu listy 1!!! Tymczasem nadal znajduję kwiatki:
Przekształcając powyższą nierówność, dostajemy…

3. Błąd na poziomie podstawówki: używając imiesłowu przysłówkowego współczesnego, należy zwrócić uwagę, aby oba zdania (główne i podrzędne)miały ten sam podmiot. Inaczej wychodzi potworek:
Korzystając z faktu A, wynika że B.

4. Należy odróżniać imiesłów przysłówkowy od przymiotnikowego. Tych ostatnich nie wydzielamy obowiązkowo przecinkami. Użycie przecinków jest możliwe, ale zmienia całkowicie sens zdania. Ponieważ przydawek nie oddziela się od rzeczownika, na pewno nie powinno być przecinków w zdaniu:
Wysokość opuszczona na bok~~,~~ będący średnią arytmetyczną pozostałych boków~~,~~ jest średnią harmoniczną …
Część wydzielona przecinkami nie jest dopowiedzeniem, ale definicją boku, o który chodzi, dlatego nie można tej części pominąć, bo zdanie traci sens.

5. O wydzielaniu zdań podrzędnych Z OBU STRON też już było w omówieniu listy 1!!! Tymczasem nadal znajduję kwiatki:
…, czyli bok, na który opuszczona jest wysokość, jest średnią…

6. Spójniki wynikowe (np. więc, zatem) wprowadzają zdania podrzędnie złożone, więc musi poprzedzać je przecinek. Nieużywanie przecinka w zdaniach typu *Jeżeli…, to…* to zgroza i katastrofa.

7. Przecinki stawiamy też przed spójnikami przeciwstawnymi (np. a, ale, lecz) i synonimicznymi (np. czyli). Nie można zacząć zdania od słowa „czyli”, bo takie zdanie nie ma sensu. Takich zdań używamy w matematyce bardzo często, więc proszę na to uważać. Jeśli wzór wplatamy w tekst zdania, to on też stanowi zdanie, które trzeba poddać interpunkcji. Można też nie mieszać wzorów i zdań, jeśli ktoś czuje się niepewnie w interpunkcji. Jeśli piszemy na końcu rozumowania zdanie (podrzędne) *co należało dowieść*, to poprzedzający je wzór musi kończyć się przecinkiem. Tymczasem można napisać tylko symbol cnd lub □ (halmosz) i nie trzeba używać znaków przestankowych.

Proszę poprawić WSZYSTKIE błędy w tych fragmentach:

$a = \frac{b+c}{2}$, wiemy również, że $P = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} b h_b$ czyli $b = \frac{a h_a}{h_b}$ oraz

$P = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} c h_c$ czyli $c = \frac{a h_a}{h_c}$. Wobec tego

$$a = \frac{b+c}{2} = \frac{\frac{a h_a}{h_b} + \frac{a h_a}{h_c}}{2} = \frac{\frac{a h_a h_c + a h_a h_b}{h_b h_c}}{2}$$

czyli $a = \frac{a h_a (h_c + h_b)}{2 h_b h_c}$

a zatem $h_a = \frac{2 h_b h_c}{h_c + h_b}$

Czyli wysokość opuszczona na bok, będący średnią arytmetyczną pozostałych boków, jest średnią harmoniczną pozostałych wysokości. Bok wybrany był dowolnie, zatem implikacja (⇒) jest udowodniona. □

$$h_a = \frac{2 h_b \cdot h_c}{h_b + h_c} = \frac{2 \frac{a h_a}{b} \cdot \frac{a h_a}{c}}{\frac{a h_a}{b} + \frac{a h_a}{c}} = \frac{2 a^{\cancel{2}} h_a^{\cancel{2}}}{\cancel{bc}} \cdot \frac{\cancel{bc}}{\cancel{a h_a}(b+c)}$$

czyli $h_a = \frac{2 a h_a}{b+c}$ zatem $a = \frac{b+c}{2}$.

Bok jest zatem średnią arytmetyczną pozostałych boków gdy wysokość opuszczona na ten bok jest średnią harmoniczną pozostałych wysokości. ~~Bok~~ Wysokość wybrana była dowolnie zatem implikacja (⇐) ~~jest~~ została udowodniona. □

Skoro udało się udowodnić implikację w dwie strony to tym samym wykazaliśmy prawdziwość równoważności (1°).

Zatrzęsienie takich błędów jest u pań OK (kartkówka), ES (zadanie domowe). Proszę uważnie poprawić WSZYSTKIE błędy w swoich pracach i nie powtarzać ich w przyszłości. Będę obniżać oceny! Za rok możecie już pracować w szkole i kto będzie wtedy poprawiał Wasze błędy? W dobrych szkołach uczniowie Was wyśmieją, w słabych szkołach będą się od Was uczyli źle. Każde z tych wyjść jest niedopuszczalne.