UWAGI – Challenge 7 - Lotto

Najczęściej powtarzające się wyniki to 57, 246 820, 260 624, 13 983 816 i 13 723 193. Wszystkie są błędne.

A. Liczba 246 820 to $\binom{6}{3} \cdot \binom{43}{3}$, czyli liczba sposobów trafnego wylosowania dokładnie trzech liczb z sześciu, które padły w losowaniu. Jeśli do tego dodać liczby trafień dokładnie czwórki, piątki i szóstki, to otrzymamy wynik 260 624. To jednak jest mocno przeszacowany wynik.

B. Z kolei 13 983 816 to $\binom{49}{6}$, czyli liczba wszystkich możliwych wyników losowania. Tyle kuponów z pewnością nie trzeba wypełniać, bo wtedy jesteśmy pewni nie tylko trafienia trójki, ale trafienia szóstki. Natomiast liczba 13 723 192 to różnica poprzednich wyników (13 983 816 – 260 624), czyli liczba kuponów „przegrywających" w danym losowaniu (tzn. zawierających 0, 1 lub 2 trafione liczby). Jeśli wypełnimy o jeden kupon więcej, to i tak 13 723 193 nie będzie właściwą odpowiedzią, bo znowu a priori nie znamy liczb, które wypadną, więc nie wiemy, jakie liczby skreślać.

C. Wynik 57 to przybliżenie ilorazu ww liczb, tzn. 13 983 816 : 246 820. Wskazuje to, że prawdopodobieństwo trafienia dokładnie trójki wynosi ok. 1:57 (prawda), co jednak nie pozwala wnioskować, że 57 kuponów wystarczy (przecież nadal nie wiemy, jakie liczby skreślać).

Wszystkie powyższe rachunki opisują sytuację *post factum* i mogą odnosić się do określenia prawdopodobieństwa pewnych zdarzeń. My jednak chcemy działać *pre factum* i wypełniać sprytnie kupony, nie znając jeszcze wyników losowania.

D. Chcemy skreślać liczby tak, aby mieć pewność, że na wszystkich naszych kuponach wystąpią wszystkie możliwe trójki liczb (czyli każda $\binom{49}{3}$ = 18 424 możliwych). Zauważmy, że na jednym kuponie ze skreślonymi różnymi liczbami występuje $\binom{6}{3}$ = 20 różnych trójek (ale oczywiście nie można jako wyniku podać 18 424 : 20 $\approx$ 921 kuponów, bo to nie są sytuacje rozłączne).

E. Żeby na pewno trafić trójkę, trzeba zobaczyć, jaki długi jest najkrótszy ciąg liczb, w którym występują wszystkie możliwe liczby trzycyfrowe (to jest ciąg de Bruijna na 49 znakach), a to daje 117 649, i potem podzielić tę długość na 6, żeby zobaczyć, na ilu kuponach ten ciąg się zmieści, a to daje ok. 19 608 kuponów. Nic z tego. Błąd tym razem polega na tym, że w ten sposób liczymy **ciągi** trzyelementowe, a nas interesują **zbiory** trzyelementowe. Nie potrzeba, żeby każda trójka się w którejś szóstce pojawiła, bo przecież w każdej wylosowanej szóstce jest ich 20. Poza tym przy dzieleniu ciągu na kawałki rozerwie się pewne trójki, np. w ciągu a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, ..., jedyne wystąpienie trójki (a_5, a_6, a_7) jest właśnie na tych pozycjach i ta trójka byłaby rozerwana i wtedy nie byłoby jej w żadnej innej szóstce

Optymalna odpowiedź to 163 kupony. Zdziwieni? Proszę zapoznać się z wynikami Dragana Stojiljkovicia i Rade Belica: https://rbelic.home.xs4all.nl/lista.htm (szukaj 49-6-3-6). Niestety, nie potrafię wskazać linku do pracy omawiającej metody uzyskania tych wyników. A tu znajdą Państwo opis innego podejścia do problemu dającego jednak słabsze oszacowanie (ok. 700): https://www.researchgate.net/publication/228998461_The_lottery_problem.