Wykład 0–3 w Internecie

Niech $n=2$. Mając dowolną funkcję u możemy definiować preferencje. Niech $\mathfrak{X}$ to pierwsza ćwiartka w $\mathbb{R}^2$. Przykładowo 1. $u(x,y)=\sqrt{x}+y$ to tzw. preferencje quasi-liniowe. To łatwo się uogólnia biorąc nie $\sqrt{x}$ a dowolną funkcję $g(x)$ i definiując $u(x,y)=g(x)+y$.

2. tzw. preferencje Cobba-Douglasa z 1928 roku (wzięte z teorii produkcji). Niech $\alpha>0$ i $\beta>0$ i C stała >0 i definiujemy

$$u(x,y)=Cx^{\alpha}\cdot y^{\beta}.$$

Te same preferencje definiuje funkcja $\tilde{u}(x,y)=x^{a}y^{1-a}$, gdzie $a>0$.

Teraz uwaga. Wielkość funkcji użyteczności nie ma sensu ekonomicznego, ale funkcja użyteczności przydaje się do liczenia pewnych pojęć, które już sens ekonomiczny mają. Co to są użyteczności krańcowe? Tu uwaga, w ekonomii używa się przymiotnika krańcowy, gdy mamy to związek z pochodną. Niech $n=2$ i przestrzeń towarów, to pierwsza ćwiartka (dla $n>2$ uogólnia się to analogicznie) i $u(x,y)$ to funkcja użyteczności, która ma pochodne cząstkowe w otoczeniu punktu x_0. Pochodne cząstkowe to są we $u_x=\frac{\partial u}{\partial x}$ i $u_y=\frac{\partial u}{\partial y}$ tzw. użyteczności krańcowe. Niech linia obojętności zadana jest funkcją $y=f(x)$, gdzie $x\in(a,$ jakiegoś przedziału

Wykład 0-3 w Internecie

Załóżmy teraz, że w otoczeniu punktu x_0 funkcja f jest różniczkowalna, i że funkcja u spełnia założenia twierdzenia o różniczkowalności funkcji złożonej. Z tego, co pamiętam pochodne cząstkowe nie tylko istnieją, ale są też ciągłe. Wówczas $u(x, f(x)) = \text{stała}$ dla $x \in (a,b)$, a stąd

Mamy $u_x \cdot 1 + u_y \cdot f'(x) = 0$, stąd $f'(x) = -\frac{u_x}{u_y}$ jeśli $u_y \neq 0$. $f'(x) =$ nachylenie (ściślej współczynnik nachylenia) krzywej obojętności w punkcie $(x, f(x))$

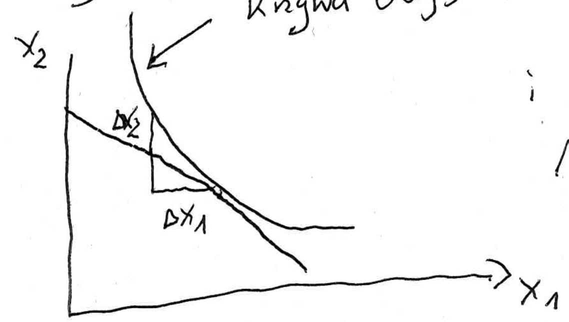
To pojęcie nazywa się mrs (marginal rate of substitution, czyli krańcową stopą substytucji). Dokładniej mrs definiuje się inaczej, ale pokazuje się, że jest temu równe. Jak się definiuje mrs. Niech $n=2$. Przypuśćmy, że chcemy konsumentowi odebrać „odrobinę" dobra pierwszego Δx_1. Potem dodamy mu (o ile się to da zrobić) Δx_2 dobra drugiego, by znaleźć się na tej samej krzywej obojętności. Stosunek $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ traktujemy jako stopę według której konsument jest skłonny zamienić dobro pierwsze na dobro drugie. Co to znaczy „odrobina", napisana wyżej. Liczymy

$$\lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$$

i to jest mrs dla $n=2$.

Wykład 0-3 w Internecie

Popatrzmy na rysunek

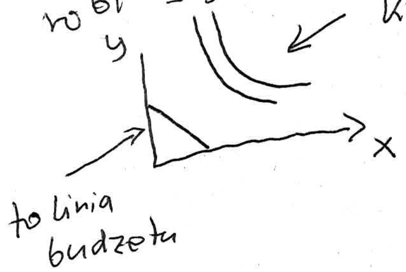


W Varianie jest ładniejszy rysunek

i przypomnijmy sobie jak rysuje się styczną przy pomocy siecznych.

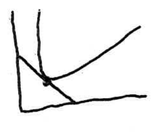
Wybór

Teraz będziemy szukali koszyka w zbiorze budżetowym, od którego nie ma lepszych (nie najlepszego, bo takich koszyków może być wiele). W książkach ekonomicznych robi się takie rozumowanie. Niech $u(x,y) = x \cdot y$, tzn. $n=2$.



Jaka jest najlepsza krzywa obojętności, która ma punkt wspólny z linią budżetu? Pisze się

Styczna do linii budżetu.



Więc równania

$p_1 x + p_2 y = m$, gdzie p_k to ceny

i m dochód konsumenta

i równanie $mrs = -\frac{u_x}{u_y} = -\frac{p_1}{p_2}$

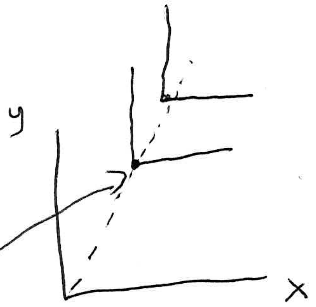
nachylenie linii budżetu

W książkach z ekonomii często przepis i ~~dwa~~ dwa równania: równanie linii budżetu i równanie $\frac{u_x}{u_y} = \frac{p_1}{p_2}$ to sposób na szukanie koszyka, od którego nie ma lepszych w zbiorze budżetowym.

Ten przepis jest zły i doprowadza często do złych wniosków

Najprostszy przykład dobra doskonale komplementarne w skali 1:1. Tzn mamy $n=2$ i funkcję użyteczności $u(x,y) = \min\{x,y\}$

Tu krzywe obojętności to:



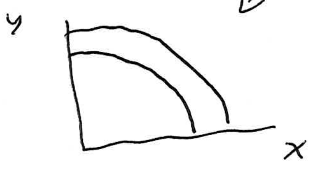
te koszyki są koszyki od których nie ma lepszych (Sprawdzić!)

Ale krzywa  w tym punkcie nie ma stycznej

Inny przykład $n=2$

$u(x,y) = x^2+y^2$, p_1, p_2 ceny, m dochód

krzywe obojętności



Tu koszyki od, których nie ma lepszych, to

$\left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$, gdy $p_1 < p_2$

$\left(\frac{m}{p_2}, 0\right)$ gdy $p_2 < p_1$

i dwa tego koszyki, gdy $p_1 = p_2$

Wykład 0-3 w Internecie

A teraz rozwiążmy to tak. Piszemy równanie linii budżetu $p_1x + p_2y = m$, stąd $y = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x$ oraz

$$mrs = \frac{u_x}{u_y} = \frac{2x}{2y} = \frac{p_1}{p_2}$$ dla $y \neq 0$. Stąd $y = \frac{p_2}{p_1}x$

i wyjdzie nam (Policzyć

$$y = \frac{m p_2}{p_1^2 - p_2^2}$$

i $$x = \frac{m p_1}{p_1^2 - p_2^2}$$

Co to za punkt. To nie jest koszyk optymalny (optymalny tzn taki, od których nie ma lepszych), bo te są brzegowe, co wiemy.

Jak liczyć koszyki optymalne poprawnie zobaczymy dalej

Popyt koszyki popytu

Niech $n=2$ i dla wektora cen $(p_1 p_2)$ i dochodu m istnieje jeden koszyk optymalny. Ten koszyk często nazywamy koszykiem popytu (bo traktujemy, że konsument jest racjonalny; taki koszyk kupuje

Funkcję, która przyporządkowuje wektorowi (p_1, p_2, m) ten koszyk nazywamy funkcją popytu. Ona nie zawsze musi istnieć, co zobaczyliśmy przy ostatnim przykładzie $u(x,y) = x^2 + y^2$! Ale zawsze istnieje tzw. multi funkcja popytu, która wektorowi (p_1, p_1, m) przyporządkowuje zbiór koszyków popytu

Mikroekonomia O-3

Powrót do funkcji użyteczności

Zacząłem pisać o MRS i zapomniałem dodać parę faktów o funkcjach użyteczności. Teraz do tego wracam

1. Jak dla danych preferencji określać funkcję użyteczności?

Przykład a) doskonałe substytuty 1:1 funkcja użyteczności

$u(x,y) = x+y$

n=2

Przykład b) dobra doskonale komplementarne w skali 1:1

funkcja użyteczności $u(x,y) = \min\{x,y\}$

Teraz przykład, że nie od razu mówiliśmy o funkcjach użyteczności, a zaczęliśmy o preferencjach

Użyteczność zadana przez porządek leksykograficzny: mamy 2 dobra x i y. Bardzo lubię x i najpierw patrzę na x, gdy x jest większe to ten koszyk wybieram, ale weźmy koszyki (x,y_1) i (x,y_2) jeżeli $y_1 > y_2$, to koszyk (x,y_1) jest lepszy niż koszyk (x,y_2)

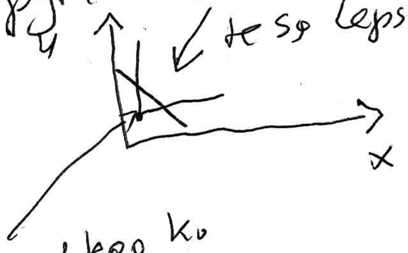
Mamy fakt dla tych preferencji nie istnieje funkcja użyteczności. Bo popatrzmy na rysunek

Tu każda półprosta na prawo składa się z lepszych koszyków niż ta lewo od niej. Takich półprostych jest nieprzeliczalnie wiele

Wykład 0-3 w Internecie

— 6 —

<u>Uwaga</u> Gdy preferencje są monotoniczne, to koszyki popytu leżą na linii budżetu. Tu $n=2$



Mikroekonomia 0-3

-7-

Dla każdego x istnieje liczba wymierna w_x, że punkt $(x, w_x) \in$ półprostej tej

Gdyby istniała funkcja użyteczności $u(x,y)$ dla tych preferencji to $u(x, w_{x_1}) < u(y, w_{x_2})$ gdy $x_1 < x_2$

Stąd liczb wymiernych byłoby nieprzeliczalnie wiele, co nie jest prawdą.