Mikroekomia

Wykład, który miał się odbyć 11 marca. Zajmiemy się pierwszą klasyfikacją dóbr. Obserwujemy popyt na pewne dobro. Jego cena jest stałe, a dochód się zmienia

Definicja 1

Dobro jest <u>normalne</u>, gdy popyt na to dobro rośnie, gdy dochód rośnie.
Matematyk dodałby, że to pojęcie lokalne. Milionery nie jadają ciężarówki chleba.

Dobro jest <u>niższego rzędu</u> (<u>pośledni</u>e), gdy popyt maleje, gdy dochód rośnie np. gorsze gatunki wędlin czy salcesony (poza miłośnikami salcesonu). To też jest pojęcie lokalne

Obserwujemy popyt na pewne dobro, dochód konsumenta jest stały, a cena tego dobra się zmienia.

Definicja

Dobro jest <u>zwykłe</u>, gdy ~~popyt~~ cena spada, to popyt rośnie.

Dobro jest dobrem Giffena, gdy cena rośnie, to popyt rośnie (czasem to dobro nazywa się też <u>dobrem snoba</u>) Skąd nazwa, jak zauważył Giffen w XIX wiecznej (b. biednej wówczas Irlandii) gdy cena ziemniaków (czyli kartofli, jak mawiał mój Tata) rośnie, to popyt rośnie. Po prostu ludzi nie stać na cokolwiek poza ziemniakami

W.w. pojęcia też mają charakter lokalny.

Mikroekonomia

— 2

By dokładniej klasyfikować dobra wprowadzimy pojęcie elastyczności funkcji

W Varianie są 2 definicje elastyczności:

jako odpowiednik ilorazu różnicowego

jako odpowiednik pochodnej funkcji

Będziemy badać taką elastyczność z uwagi na interpretację tego pojęcia

Niech iloraz względnej zmiany wartości funkcji do względnej zmiany argumentu = równy funkcji $f(x)$ jest dana i

mamy wzór

$$\frac{\dfrac{f(x+h)-f(x)}{f(x)}}{\dfrac{x+h}{x}} = E_f(x,h)$$

Jeżeli istnieje $f'(x)$, to istnieje

$$\lim_{h\to 0} E_f(x,h) = \frac{x}{f'(x)}, \text{ o ile } f'(x) \neq 0$$

Mikroekonomia

-3-

<u>Fakt</u> Z tw. o wartości średniej można pokazać, że (tw. Langrange'a)

E_f mierzy o ile % zmieni się wartość funkcji,

gdy argument zmieni się o 1%

W mikroekonomii mówimy o elastyczności dochodowej

i cenowej funkcji popytu: tu x = dochód konsumenta albo cena

danego dobra

Dla dóbr zwykłych elastyczność cenowa jest <0

i bada się wtedy |elastyczności cenowej|)

<u>Dobra luksusowe</u> (przy elastyczności dochodowej)

popyt rośnie o więcej procent niż dochód

Np. samochody

Przy elastyczności ~~d~~ cenowej, gdy

|elast| >1 <u>dobro elastyczne</u>

|elast| <1 dobro ~~niel~~ nieelastyczne

Gdy |elast| jest b. małe, to mówimy o dobre

<u>o popycie sztywnym</u>

Teraz zajmiemy się policzeniem funkcji popytu

dla użyteczności quasi-liniowej $u(x,y)=\sqrt{x}+y$

Tu mamy preferencje monotoniczne (bo?)

stąd koszyki popytu leżą na linii budżetu

Mikroekonomia

Jak zwykle p_1, p_2 ceny za jednostkę pierwszego i drugiego dobra oraz m dochód konsumenta

Koszyki optymalne leżą na linii budżetu tzn. spełniają równanie $p_1 x + p_2 y = m$

stąd $y = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x$

Niech

$$g(x) = \sqrt{x} + \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x \quad \text{dla } x \in \left[0, \frac{m}{p_1}\right]$$

Szukamy x, w którym $g(x)$ osiąga maksimum na przedział $\left[0, \frac{m}{p_1}\right]$

Obliczamy pochodną funkcji $g(x)$ poza $x=0$

Dla $x=0$ pochodna funkcji $g(x)$ nie istnieje

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{p_1}{p_2} \quad \text{dla } x \neq 0$$

Przyrównujemy ją do zera (szukamy punktu krytycznego funkcji $g(x)$:

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{p_1}{p_2}$$

stąd $\frac{1}{4x} = \frac{p_1^2}{p_2^2}$, a więc $4x = \frac{p_2^2}{p_1^2}$ tj.

$$\underbrace{x = \frac{p_2^2}{4p_1^2}}$$ To punkt krytyczny

Mikroekonomia

Wtedy

$$y = \frac{\cancel{p_1}}{\cancel{p_2}} \cdot \frac{p_2^{\cancel{2}}}{4p_1^{\cancel{2}}} + \frac{m}{p_2} = \frac{p_2}{4p_1} + \frac{m}{p_2} = \frac{4p_1 m + p_2^2}{4p_1 p_2}$$

Zauważmy, że $x > 0$. Przekonamy się teraz, że w x jest maksimum globalne, analizując monotoniczność funkcji $g(x)$. Zauważmy, że wartość pochodnej jest dodatnia (zatem funkcja $g(x)$ rośnie), gdy

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{p_1}{p_2} > 0, \text{ tj.}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} > \frac{p_1}{p_2}$$

czyli $\sqrt{x} < \frac{p_2}{2p_1}$

czyli $x < \frac{p_2^2}{4p_1^2}$

Natomiast dla $x > \frac{p_2^2}{4p_1^2}$ $g'(x)$ przyjmuje wartości ujemne, czyli w punkcie krytycznym jest maksimum globalne funkcji.

Czy to już koniec?

Pozostało nam sprawdzić, czy punkt krytyczny leży w przedziale $[0, \frac{m}{p_1}]$. On jest, co wiemy >0) ale czy jest $\le \frac{m}{p_1}$

Mikroekonomia

Tzn. Czy $\frac{p_2^2}{4p_1^2} \leq \frac{m}{p_1}$

Czyli $m \geqslant \frac{p_2^2}{4p_1}$

W przeciwnym wypadku, gdy $x \notin [0, \frac{m}{p_1}]$ funkcja $g(x)$ jest rosnąca na całym tym przedziale zatem jest maksimum jest w punkcie $\frac{m}{p_1}$

Ostatecznie koszyki optymalne są postaci

$\left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$ gdy $m < \frac{p_2^2}{4p_1}$

i $\left(\frac{p_2^2}{4p_1}, \frac{4mp_1 + p_2^2}{4p_1p_2}\right)$ gdy $m \geqslant \frac{p_2^2}{p_1}$

Teraz zajmiemy się dobrami policzalnymi, czyli nabywanymi w jednostkach całkowitych. Np nie można kupić pół samochodu czy pół konia, gdy ktoś nie chce konia zjeść, ale chce na nim jeździć. Możemy więc kupić 0, 1, 2, ... jednostek tego dobra.

Mikroekonomia

Niech p to cena za jednostkę tego dobra policzalnego i załóżmy, że cena p spada

Na początku konsument kupuje 0 tego dobra (czyli go nie kupuje), bo np $p > m$, gdzie m, jak zwykle, to dochód konsumenta i konsumenta na to dobro po prostu nie stać przy $p = m$ może kupić 1 ale czy kupi czy nie to zależy od jego gustu i od tego czy chce kupować też inne dobra (bo nie ma sponsora i musi)

Gdy p nadal spada to może kupić 2 jednostki itd.

Zajmiemy się pewnym przypadkiem, który nie jest typowy, ale ma ważne implikacje czyli MODELEM CEN GRANICZNYCH

Niech $u(x,y)$ to funkcja użyteczności konsumenta na x jednostek dobra policzalnego, którym się zajmujemy i y co mu zostaje w portfelu, gdy kupi x jednostek dobra ~~[illegible]~~ policzalnego. Jak zwykle m, to dochód konsumenta.

Co to są ceny graniczne to taki układ cen $r_1 > r_2 > \ldots > r_n$

m w praktyce nie może być b. duże, bo nie mamy np 1/2 grosza

Mikroekonomia

taki, że przy cenie p naszego dobra policzalnego

dla

$p > r_1$ kupujemy 0 jednostek tego dobra

przy $p = r_1$ koszyki z 0 i 1 są dla konsumenta tak samo warte czyli mają taką samą użyteczność

przy $r_1 > p > r_2$ kupujemy już 1 naszego dobra

przy $p = r_2$ koszyki z 1 i 2 są dla konsumenta tak samo warte przy $r_2 > p > r_3$ kupujemy już 2 jednostki tego dobra

przy $p = r_3$ koszyki z 3 i 4 są dla konsumenta tak samo warte

przy $r_3 > p > r_4$ kupujemy już 3 jednostki tego dobra

itd

Podamy teraz przykład, że taki model w pewnych przypadkach jest realizowany:

Niech f. użyt. ze względu na x jednostek dobra policzalnego i y jak wyżej ma postać $u(x,y) = g(x) + y$, gdzie o g

Varian zakłada, że $g(0) = 0$, co niepotrzebne i

Mikroekonomia

-9-

i psuje symetrię wzorów.

i g jest rosnąca i g' poza ewentualnie 0 istnieje

oraz g' maleje

Np. taką funkcją jest $g(x)=\sqrt{x}$

Niech, jak zwykle m jest dochodem (netto) konsumenta.
We wzorach m zniknie, ale powinniśmy pamiętać, że

$r_k \geq \frac{m}{k}$ (bo przy r_k konsument może kupić k jednostek dobra policzalnego)

Wyliczmy teraz wzory na r_k

r_1: $u(0, m-0 r_1) = u(1, m-1\cdot r_1)$

stąd $g(0) + \cancel{m} = g(1) + \cancel{m} - r_1$ (a że $g(0)=0$)

to stąd $r_1 = g(1)$

r_2: $g(1, m-r_2) = g(2, m-2r_2)$

stąd $g(1) + \cancel{m} - r_2 = g(2) + \cancel{m} - 2r_2$

stąd $r_2 = g(2) - g(1)$

i dalej dla dowolnego k

$$\underbrace{r_k = g(k) - g(k-1)}$$

Mikroekonomia

-10-

$r_k > 0$ bo g rośnie

Dlaczego $r_k > r_{k+1}$, czyli $r_1 > r_2 > \dots$?

bo

$r_k = g(k) - g(k-1) = g'(\xi_k)$, gdzie $\xi_k \in (k-1, k)$

z tw. Lagrange'a

Im większe k, tym $g'(\xi_k)$ jest mniejsze, bo funkcja

g' maleje

Uzasadnimy teraz fakt. Niech przy cenie p za jednostkę dobra policzalnego konsument zgłasza popyt na k jednostek tego dobra i postępuje $k = 1, 2, 3, \dots$ Wówczas musi być racjonalnie.

$$r_k \geq p \geq r_{k+1}$$

Że $r_k \geq p$, bo koszyk z k ma użyteczność nie mniejszą niż koszyk z $k-1$

$u(k, m-pk) \geq u(k-1, m-(k-1)p)$

Stąd $g(k) + \cancel{m} - pk \geq g(k-1) + \cancel{m} - (k-1)p$

Stąd $\boxed{r_k \geq p}$ A że $p \geq r_{k+1}$

Mikroekonomia

-11-

Mamy 2 sytuacje: konsument zgłasza popyt na k, bo nie stać go na $k+1$. Przy r_{k+1} go stać na $k+1$, więc $p > r_{k+1}$. Albo stać na $k+1$, ale koszyk z k ma użyteczność nie mniejszą niż koszyk z $k+1$

Stąd

$$u(k, m-pk) \geq u(k+1, m-(k+1)p)$$

stąd

$$g(k) + \cancel{m} - pk \geq g(k+1) + \cancel{m} - (k+1)p$$

$$g(k+1) - g(k) = r_{k+1}$$

Stąd $p \geq$

Co kończy dowód

Niech teraz ~~[illegible]~~ $p > r_1$, to konsument kupuje 0, bo gdyby kupował $k > 0$, to

$$r_{k+1} \leq p \leq r_k \leq r_1$$

Itd. Niech

$r_1 < p < r_2$ to dlaczego kupuje 1

Co by było gdyby kupował 0, a stać go na 1

$$u(0, m - p \cdot 0) \geq u(1, m-p)$$

$$g(0) + \cancel{m} - 0 \geq g(1) + \cancel{m} - p$$

Tzn. $p \geq r_1$ a $p < r_1$ sprzeczność