

Mikroekonomia, wykład 9 w Internecie

-1-

Powoli zaczynamy się zbliżać do końca wykładów, bo 2-3 wykłady mieliśmy przed ich zawieszeniem. Ostatnio mówiłem o równowadze Nasha. Zanim do niej wrócę parę uwag związanych z listą nr 4.

PRZYPOMNIENIE

Wprowadziliśmy pojęcie elastyczności funkcji. Tu zakładamy, że funkcja f jest różniczkowalna. Dla nas elastyczność funkcji f w punkcie x $= E_x f = \frac{x \cdot f'(x)}{f(x)}$ o

↑
hozsagenie

ile $f(x) \neq 0$

I ma to interpretację, która wynika z twierdzenia Lagrange'a o wartości średniej, że mierz to o ile się o 1% (co ostatnio oznacza, że z x przechodzimy do $\frac{x}{100}$). Jeżeli $f(x) > 0$ w otoczeniu punktu x , to mieli Państwo na analizie tw. pochodną logarytmiczną funkcji $f(x)$, to

$(\ln f(x))'$. Czy to ostatnie wyrażenie równa się od $E_x f$?

Chciałbym zarazem zwrócić uwagę, że w ekonomii f to jest funkcja popytu na jakieś dobro, które może zależeć od dochodu h . $f(h)$ mamy, czy ceny, $f(p)$ mamy. I mówimy wówczas o elastyczności dochodowej, czy cenowej popytu.

I że w Varianie częściej się mówi nie o takiej elastyczności, jak my to zrobiliśmy. Tam elastyczność to zregulowany odpowiedni iloraz różnicowy.

Pytanie Niech $f(x) = Cx^\alpha$, gdzie C jest stałą
Ileżemu równa się wówczas odpowiednia elastyczność funkcji f .

Przypomnijmy sobie, co mówiliśmy o tzw. modelu cen granicznych. Gdy to sobie przypomnimy to w treści zadania nie ma co liczyć, tylko trzeba coś pamiętać.

Niech x to policalne dobro i y , to co nam zostanie w portfelu po kupnie k jednostek x przy cenie p za jednostkę

Odpowiednia funkcja użyteczności to $u(x, y) = g(x) + y$, gdzie g rośnie g gdzie $g(0) = 0$ oraz $x = 0$ istnieje i g' maleje.

Wówczas mamy wzory na ceny graniczne

$$r_k = g(k) - g(k-1)$$

W tych wzorach dochód konsumenta nie występuje jawnie, ale gdy kupuje k jednostek x przy cenie p , to stąd wynika, że na k go starczy (To do pytań o dochód)

Co jeszcze wiemy: Niech przy cenie p za x konsument kupuje k , to $r_{k+1} \leq p \leq r_k$, gdzie r_k są wzorami wypisane wyżej.

A co będzie gdy g rośnie i g' też rośnie. Wówczas ceny r_k nie muszą maleć. Podać przykład

Mikroekonomia, wykład 9 w Internecie

-3-

Powróćmy do teorii gier. Myśmy mówili o grach dwuosobowych, które nie muszą być grami o sumie zerowej. Zdefiniowaliśmy pojęcie strategii dominującej. Gdy taka jest to gra ma proste rozwiązanie. I podaliśmy przykład gry, która nie ma strategii dominującej. I na końcu zdefiniowaliśmy równowagę Nasha :

Mamy, jak zwykle dwóch graczy A i B. Jeżeli wybór A jest optymalny przy danym wyborze B oraz wybór B jest optymalny przy danym wyborze A, to mamy właśnie równowagę Nasha. Pamiętajmy - tu przypominam to co już mówiłem, że żaden z graczy nie wie, co zrobi drugi, gdy dokonuje wyboru. Równowaga Nasha może być interpretowana, jako para oczekiwań dokonywanych przez każdego z graczy, przy czym jeżeli wybór zostanie ujawniony przez drugą stronę, żadna ze stron nie chce zmieniać swego zachowania. Powtórę już podany na ostatnim wykładzie przykład równowagi Nasha. Rozważmy grę o macierzy wypłat:

Mikroekonomia, wykład 9 w Internecie

- 4

A i B pisze odpowiednio Góra, Dół albo Lewa, Prawa

	Gracz B	
	Lewa	Prawa
Góra	2, 1	0, 0
Dół	0, 0	1, 2

W tej grze wybór Góra, Lewa stanowi równowagę Nasha, co pokazaliśmy na poprzednim wykładzie

Pamiętam, że równowaga Nasha jest uogólnieniem równowagi Cournota.

Może istnieć parę równowag Nasha. Gra opisana

wyżej ma drugą równowagę Nasha: Dół, Prawa.

Mozna powtórzyć poprzednie rozumowanie, ale można zauważyć, że gra ma symetryczną budowę: wypłaty dla

B przy jednym wyniku są takie same, jak wypłaty dla A przy drugim.

Drugim problemem z równowagą Nasha jest taki, że istnieją gry, które w ogóle nie mają stanu równowagi Nasha, jak tu opisaliśmy.

Ciały czas mamy grę A i B: pisze oni górę, dół albo lewa, prawa

I niech gra ma macierz wypłat (tu, pamiętam

		Gracz B	
		Lewa	Prawa
Gracz A	Góra	0, 0	0, -1
	Dół	-1, 0	-1, 1

pierwszą linia to wypłaty dla A, druga dla B. Co oznaczam $(-1, 0)$, że A pisał 1, a B nie nie dostaje

Mikroekonomia, wykład 9 w Internecie

-5-

Jeśli gracz A na górę stawia, to gracz B chce grać lewa, ale kiedy B chce grać lewa, to gracz A chce grać doł. Podobnie jeśli A stawia na doł, to B zagra prawą. A jeśli B gra prawą, to gracz A postawi na górę.

Strategie, o których mówiliśmy do tej pory to tzw. strategie czyste

Strategie mieszane, to wybór każdej strategii jakiegoś rodzaju prawdopodobieństwo. Tj. każdemu wyborowi jakiegoś prawdopodobieństwa. Na przykład B gra lewa z prawdopodobieństwem $1/3$, a prawa z prawdopodobieństwem $2/3$. Tzn. co trzeci raz gra lewa, a dwa razy 3 razy gra prawa.

Równowaga Nasha przy strategiach mieszanych

odnosi się do sytuacji, w których (odnosi się do takiego stanu równowagi), w której każdy z graczy wybiera optymalną strategię, przy danej cięskości drugiego gracza. Można pokazać, że dla tego rodzaju gier, jakie analizujemy będzie istniała równowaga Nasha dla strategii mieszanych.

Zadanie. Popatrzmy na grę, w której - jak pokazywaliśmy - nie istnieje równowaga Nasha. Można pokazać, że gdy gracz A stawia na górę z prawdopodobieństwem $3/4$

I na doł z praw dopodobieństwem $\frac{1}{4}$, a gracz B grę Lewą z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ i Prawą też z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$, to taka strategia mieszana jest równowagą Nasha.

Dylemat więźnia

Jeszcze inny problem z równowagą Nasha polega na tym, że niekoniecznie prowadzi on do wyników efektywnych w sensie Pareto. Rozpatrzmy taką grę, która jest

znana jako dylemat więźnia. Dotyczy to sytuacji dwóch więźniów, którzy są podejrzani o wspólne dokonanie przestępstwa i przesłuchiwani w oddzielnych pokojach.

Każdy więzień miał wybór: przyznać się do przestępstwa i uniknąć ^{w konsekwencji} w nie wspólne albo wypreć się udziału w przestępstwie.

Gdyby obaj więźniowie przyznali się do winy otrzymaliby 3 miesiące aresztu każdy. Gdyby obaj nie przyznali się otrzymaliby 1 miesiąc aresztu. Gdyby jeden więzień tylko się przyznał, to zostałby uwolniony a drugi dostałby 6 miesięcy aresztu. Mając wybrał w tej grze najwyższe za chwilę

		Gracz B	
		Przyznać się	Nie przyznać się
Gracz A	Przyznać się	-3, -3	0, 6
	Nie przyznać się	-6, 0	-1, -1

- oznacza, że idzie do aresztu np - 3 to na 3 miesiące.

Postawmy się w sytuacji winnego (gracz A). Jeśli B postanowi nie przyznać się do winy, to będziemy w znacznie lepszej sytuacji, gdy się nie przyznamy, bo wtedy dostaniemy 3 miesiące aresztu, a nie 6.

A zatem niezależnie od tego co zrobi drugi gracz gracz A zrobi lepiej przyznać się do winy. To samo dotyczy gracza B on zrobi lepiej przyznać się do winy. Jedyne stanem równowagi Nasha jest dla obu graczy przyznanie się do winy. Jednak gdyby obaj się nie przyznali, co uzgodnili by ze sobą na przykład wcześniej i trafili sobie byłoby w lepszej sytuacji, bo każdy dostałby tylko miesiąc aresztu.

Ta sytuacja robi się ciekawsza, gdy gra nie trwa jednorazowo, ale się powtórza i na temat jest wiele prac. Na tym kończy to,

co chciałem opowiedzieć o teorii gier i opowiedzieć na wykładzie. Czy będzie wykład za tydzień, jeszcze się zastanowię

Mikroekonomia, wykład 9 w Internecie.

-8-

Powiedziałem, że co planowałem odpowiedzieć, ale chciałbym się zatrzymać nad sprawą zaliczenia.

Nie jestem zwolennikiem konystania z moodle'a, bo na ćwiczeniach można coś podpowiedzieć i student

dalej jakoś wybrnie.

Władze dydaktyczne wydają naciskając, aby zaliczać studentom za pracę zdalną. Ale co zrobić, gdy wyniki na moodlu nie będą zachęcające?