Wykład z analizy

Tydzień 12.

Badanie przebiegu funkcji. Pierwotna

Ćwiczenia

c12.1 Używając 12.1 (1)-(6) zbadać przebieg następujących funkcji:
(a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x + 20$,
(b) $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{7x^4}{2} + 15x^3$
(c) $y = \frac{x-1}{(x+1)^2}$
(d) $h(s) = \frac{2-s+s^2}{2+s-s^2}$

c12.2 Używając 12.1 (1)-(6) zbadać przebieg następujących funkcji:
(a) $f(x) = \frac{|x|}{x+1}$,
(b) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
(c) $t \to t\sqrt{t} + 5t + 3\sqrt{t}$
(d) $t \to t\sqrt{t} + 4t - 3\sqrt{t}$.

c12.3 Używając 12.1 (1)-(6) zbadać przebieg następujących funkcji:
(a) $y = \frac{8}{x^3} - \frac{6}{x}$
(b) $g(x) = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$
(c) $F(z) = (z-1)^2 \sqrt[3]{z}$
(d) $y = (x-1)^{\frac{1}{3}} + (x+1)^{\frac{1}{3}}$.

c12.4 Znaleźć pierwotne funkcji:
(a) $x \to (x+1)^9$,
(b) $s \to s^4 + 4s^3 + 4s - 2$,
(c) $u \to u^{\frac{1}{3}} + 3u^{\frac{1}{2}}$
(d)$f(z) = \frac{z}{\sqrt{z^2+1}}$.

c12.5 Zastosować wzór na całkowanie przez części do znalezienia
(a) $\int (x-1)^2(x+1)dx$,
(b) $\int y(y+1)^{\frac{1}{2}}$,
(c)$\int f(x)g(x)dx$, gdzie $f(x) = 2x+1, g(x) = (x+1)^2$.

Zadania

z12.1 Zbadać przebieg funkcji $\sqrt[4]{x^4 + |x|^3 + x^2 + |x| + 1}$, i naszkicować wykres.

z12.2 Udowodnić, że jeśli g jest wielomianem stopnia $n-1$, to $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{x^n+g(x)}}{x} = 1$

z12.3 Niech $f(x) = \frac{1}{(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)}$, gdzie liczby $a_1, .., a_n$ są różne. Znaleźć asymptoty funkcji f.

z12.4 Znaleźć funkcję F taką, że
(a) $F''(s) = 6s + 1 \quad F(0) = 2, \quad F(1) = 0$,
(b) $F^{(4)} = 24, \quad F^{(3)}(0) = 6, \quad F''(0) = 2, \quad F'(0) = 1, \quad F(0) = 0$,
(c) $F^{(n)} = n! \quad n = 0, 1, \ldots, 100$.

z12.5 Znaleźć pierwotną funkcji $F(x) = f(x)' + x^2$, gdzie $f(x) = 2x^2 + 1$.