Wykład z analizy

Tydzień 14.

Całka II

Ćwiczenia

c14.1 Obliczyć (a) $\int_{-1}^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{(x^2+1)^3}$, (b) $\int_1^2 (2z-3)dz$ (c) $\int_0^{\sqrt{5}} z\sqrt{z^2+4}dz$ (d) $\int_0^1 \frac{u^2du}{(2-u^3)^3}du$.

c14.2 Obliczyć (a) $\int_0^1 y^{\frac{1}{2}}(y^{\frac{3}{2}}+1)^{\frac{1}{2}}dy$, (b) $\int_1^8 x^3\sqrt{1+x^4}dx$

c14.3 Obliczyć (a) $\int_0^{\frac{5}{9}} \frac{dy}{\sqrt{1-y}}(1+\sqrt{1-y})^2dy$ (b) $\int_0^9 \sqrt{1+\sqrt{y}}dy$ (c) $\int_0^1 \frac{z}{(1+z)^4}dz$.

Zadania

z14.1 Z własności całki (14.1)-(14.3) wywnioskować, że $2 < \int_{-1}^1 (1+x^{1002})dx < 4$.

z14.2 Udowodnić, że $\int_a^b f(x)dx = \int_{-b}^{-a} f(x)dx$ gdy f jest parzysta i $\int_a^b f(x)dx = -\int_{-b}^{-a} f(x)dx$ gdy f jest nieparzysta.

z14.3 Niech

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{gdy} \quad x \geq 0 \\ -1 & \text{gdy} \quad x < 0, \end{cases}$$

Czy istnieje $\lim_{h\to 0} \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} \operatorname{sgn}(x)dx$?