Wykład z analizy

Tydzień 15.

Pola figur płaskich i objętości brył

Ćwiczenia

c15.1 Obliczyć pola obszarów z przykładów 15.2 (b), (c) i (d) tak jak w drugiej części przykładu (a) zamieniając rolami osie x-ów i y-ów.

c15.2 Naśladując przykład 15.3 (b) obliczyć objętość stożka S, ograniczonego powierzchnią jaką otrzymujemy obracając prostą $z = 2x$ dookoła osi z-ów i płaszczyzną poziomą $z = h$.

c15.3 Naśladując przykład 15.3 (b) obliczyć objętość bryły S, ograniczonej powierzchnią jaką otrzymujemy obracając krzywą $z = x^4$ dookoła osi z-ów i płaszczyzną poziomą $z = h$.

c15.4 Obliczyć pole figury R ograniczonej krzywymi
(a) $y = x^3$ i $y = x^2$, (b) $y = x^{1/3},\ x = 0,\ y = 1$, (c) $y = x^2,\ y = x + 2$.

c15.5 Obliczyć objętość bryły obrotowej B , która powstaje przez obrót dookoła osi x-ów obszaru R w płaszczyźnie (x, y) ograniczonego krzywymi $y = 1 - x^2,\ x = 0,\ x = 1$.

Zadania

z15.1 Niech B będzie bryłą o podstawie kwadratowej ograniczonej prostymi $x = 0,\ x = 1,\ y = 0,\ y = 1$ w płaszczyźnie (x, y) płaszczyznami równoległymi do osi z-ów przechodzącymi przez boki kwadratowej podstawy oraz płaszczyzną $z = x + y + 1$. Dzieląc podstawę na małe kwadraty i wpisując w B prostopadłościany o podstawach będących małymi kwadratami przybliżyć *od dołu* objętość bryły B z dokładnością $0,1$.

z15.2 Obliczyć objętość bryły B , której podstawą jest trójkąt $\{(x, y) : 0 \leqslant x \leqslant 1,\ 0 \leqslant y \leqslant x$ a przecięcie B płaszczyzną prostopadłą do osi x-ów jest kwadratem.

z15.3 Obliczyć objętość bryły B, której podstawą jest trójkąt $\{(x, y) : 0 \leqslant x \leqslant 1,\ 0 \leqslant y \leqslant x$ a przecięcie B płaszczyzną prostopadłą do osi y-ów jest półkolem.

z15.5 Obliczyć objętość bryły obrotowej B , która powstaje przez obrót dookoła osi y-ów obszaru R w płaszczyźnie (x, y) ograniczonego krzywymi $y = x^{1/3},\ x = 0$ i styczną do $y = x^2 + 1$ w punkcie $x = 1$.