Wykład z analizy

TYDZIEŃ 19.

FUNKCJA WYKŁADNICZA – ZASTOSOWANIA

ĆWICZENIA

c19.1 Znaleźć granice: (a) $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+2}$,
(b) $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x+1}\right)^{x}$,
(c) $\lim_{x\to 0}(1+4x)^{3x}$
(d) $\lim_{x\to 0}(1-x)^{\frac{x+1}{x}}$,
(e) $\lim_{u\to 0}\frac{2^{2u}-2^{u+1}+1}{u^2}$.

c19.2 W eksperymencie kultura bakterii rozmnaża się w sprzyjających warunkach i początkowo składa się ze 100 bakterii. 2 godziny później kultura zawiera 500 bakterii. Ile bakterii będzie w kulturze po upływie dwóch dni od początku eksperymentu?

c19.3 Uprościć: (a) $\cosh\log t$,
(b) $\sinh\log t$.

c19.4 Niech $\mathrm{tgh}\ t=\frac{\sinh t}{\cosh t}$. Udowodnić $\frac{d\ \mathrm{tgh}\ t}{dt}=\frac{1}{\cosh^2 t}$.

c19.5 Obliczyć: (a) $\int\frac{\sinh u}{\cosh u}du$,
(b) $\int\cosh u^2 du$,
(c) $\int\cosh^3 z\sinh z dz$,
(d) $\int t\sinh t dt$.

ZADANIA

z19.1 Udowodnić, że $\lim_{x\to-\infty}\mathrm{tgh}(x)=-1$, $\lim_{x\to+\infty}\mathrm{tgh}(x)=1$.

z19.2 Udowodnić $\sinh(x+y)=\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y$. Udowodnić odpowiednie twierdzenia dla $\cosh(x+y)$ i $\mathrm{tgh}(x+y)$.

z19.3 Wyrazić $\frac{d}{dx}\log(\sinh x)$ używając funkcji wykładniczej.

z19.4 Udowodnić twierdzenie 19.7.

z19.5 Oblicz:
$$\text{(a)}\ \int\frac{\mathrm{tgh}\ u}{1-\mathrm{tgh}^2\ u}\,du,\quad \text{(b)}\ \int\frac{dx}{x\sqrt{1-9x^2}},\quad \text{(c)}\ \int\frac{xdx}{1-x^4}.$$