Wykład z analizy

TYDZIEŃ 3.

LICZBY RZECZYWISTE

ĆWICZENIA

c3.1 Niech $x = 0,456370700700007....$ i $y = 0,4563(707)$, która z tych liczb jest większa?

c3.2 Znaleźć liczbę wymierną pomiędzy liczbami

$$0,1121314151617181911011111121... \quad \text{i} \quad 0,20203040506070809010011012 0...$$

c3.3 Czy jest prawdą, że $1,3 < \sqrt[3]{6} < 2$? Uzasadnić.

c3.4 Uprościć wyrażenia: (a)$[\sqrt[4]{(x^{1/3})^3}]^4$, (b) $[\sqrt{x^{1/3}x^{5/3}}]^3$, (c) $\sqrt{(x^{4/5})^5 y^8}$, (d) $x^2\sqrt[4]{(x^{-8/3})^3 y^8}$

c3.5 Znaleźć trzy cyfry po przecinku liczby $\sqrt[3]{7}$.

ZADANIA

z3.1 Niech $x = 1,01001000100001....$ znaleźć trzy cyfry po przecinku liczby $\sqrt[3]{x}$.

z3.2 Udowodnić, że liczba $\sqrt[3]{3}$ nie jest wymierna.

z3.3 Niech A i B będą dwoma liczbami rzeczywistymi, o których wiemy, że $0 < A^4 < B^4 < \frac{1}{2}$. Oszacować $B - A$.

z3.4 Znaleźć liczbę niewymierną pomiędzy liczbami $0,(00112)$ i $0,001120011200(11)$. **Wskazówka:** skorzystać z twierdzenia, że liczby wymierne mają rozwinięcia dziesiętne okresowe od pewnego miejsca.

z3.5 Udowodnić, że jest nieskończenie wiele liczb wymiernych a spełniających nierówność $1 < a < 2$.