Wykład z analizy

TYDZIEŃ 8.

POCHODNA

ĆWICZENIA

c8.1 Dla danej funkcji f i punktu x_0 obliczyć $f'(x_0)$ korzystając z definicji pochodnej.
(a) $f(x) = 3x^2 + 1 \quad x_0 = 0$,
(b) $f(x) = \frac{x-1}{x+1} \quad x_0 = 1$,
(c) $f(x) = \sqrt{x^2+4} \quad x_0 = 3$
(d) $f(x) = (x+1)^3 - x \quad x_0 = 0$

c8.2 Znaleźć równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $(x, f(x))$.
(a) $f(x) = \frac{x}{x^2-1} \quad (2, 2/3)$
(b) $f(x) = x^3 + x - 1 \quad (1, 1)$.

c8.3 Znaleźć pochodną funkcji
$t \to \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}$

c8.4 Obliczyć pochodną funkcji $s \to 2s^2 - 3s + 5$. Czy pochodna jest funkcją ciągłą?

c8.5 Obliczyć

$$(a) \quad \left.\frac{d(2v^3+3v^2)}{dv}\right|_{v=1}, \quad (b) \quad \left.\frac{d(\frac{1}{s})}{ds}\right|_{s=1}.$$

ZADANIA

z8.1 Przybliżyć funkcję f funkcją liniową w punkcie x_0, znaleźć resztę r i sprawdzić, że jest ona ciągła w punkcie x_0.
(a) $f(x) = 2x^2 - x \quad x_0 = 3$
(b) $f(x) = 1 - 3x + s^2 \quad x_0 = -1$
(c) $f(x) = \frac{1}{x} \quad x_0 = 1$.

z8.2 Naszkicować przykład wykresu funkcji f takiej, że (a) $f'(x) > 0$ dla każdego $x \in \mathbf{R}$, (b) $f'(x) < 0$ dla każdego $x \in \mathbf{R}$.

z8.3 Naszkicować przykład wykresu funkcji f takiej, że (a) f' jest funkcją rosnącą, (b) f' jest funkcją malejącą.

z8.4 Niech $d(s)$ będzie odległością prostej przechodzącej przez punkty $(-s, s^2)$ i (s, s^2) od prostej $y = 0$. Czy

$$\lim_{s\to 0} \frac{d(s)}{s} = 0?$$

Zilustrować zadanie z8.4 rysunkiem.

z8.5 Niech $f(x) = \sqrt{x}$. Niech l będzie prostą styczną do wykresu funkcji f w punkcie 1. Czy istnieją punkty $(x_1, \sqrt{x_1})$ i $(x_2, \sqrt{x_2})$ takie, że prosta l_1 przez nie przechodząca jest równoległa do prostej l a odległość prostej l i l_1 jest bardzo mała w stosunku do odległości punktów x_1 i x_2 od punktu 1?