Wykład z analizy

Tydzień 9.

Obliczanie pochodnych

Ćwiczenia

c9.1 Obliczyć pochodne następujących funkcji:
(a) $y = x^5 - 2x^3 + 1$,
(b) $z = \frac{y^{11}-3y^7+1}{y-1}$,
(c) $g(t) = (t^3+3)(t^7+3t^4-t^2+1)$,
(d) $u \to \frac{u^2-2u+3}{u^2+2u-3}$
(e) $x \to \frac{1-2x-x^2}{1+x^2}$.

c9.2 Znaleźć równanie prostej stycznej do wykresu funkcji $s \to \frac{s^2-5s+10}{3s^3-1}$ w punkcie $s = 0$.

c9.3 Znaleźć pochodną funkcji

$$w \to (5w^3 + w^2 - 1)(w^2 - 10w + 6) + \frac{w-1}{w+1}.$$

c9.4 Korzystając ze wzoru na pochodną funkcji złożonej obliczyć
(a) $f'(x)$ gdzie $f(x) = (x^5 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1)^{100}$
(b) $\left.\frac{d(t^3-\sqrt{1+t^2})^5}{dt}\right|_{t=0}$
(c) $\frac{d\sqrt{(y^2+1)^3-1}}{dy}$
(d) $f'(1)$ gdzie $f(x) = \left(x^2 + \sqrt{x^2+1}\right)^4 (x+1)$.

c9.5 Obliczyć

$$f'(s) \quad \text{gdzie} \quad f(s) = \frac{1}{1+\frac{1}{1+\sqrt{s}}}.$$

Zadania

z9.1 Udowodnić, że pochodna wielomianu stopnia n jest wielomianem stopnia $n-1$.

z9.2 Korzystając ze wzoru Leibniza udowodnić, że pochodna funkcji $f \equiv 1$ jest zero.

z9.3 Udowodnić:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{d\sqrt{x}}{dx} = +\infty.$$

Znaleźć geometryczną interpretację powyższego faktu.

z9.4 Niech $f(x) = f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ \cdots \circ f_n(x)$. Podać wzór na $f'(x)$.

z9.5 Niech $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$. Podać wzór na $f'(x)$.