

Wykład z analizy

TYDZIEŃ 1.

WEKTORY

ĆWICZENIA

- c1.1 Załóżmy, że na płaszczyźnie ustalony został układ współrzędnych kartezjańskich, czyli każdy punkt opisać można przy pomocy dwóch liczb.
- (a) Jeżeli P ma współrzędne $(0, 1)$ a Q współrzędne $(2, 1)$ znajdź R takie, że $\vec{PQ} \sim \vec{QR}$.
 - (b) Jeżeli P ma współrzędne $(-1, 2)$ a Q współrzędne $(-1, -4)$ znajdź R takie, że $\vec{PQ} \sim \vec{RP}$.
 - (c) Jeżeli P ma współrzędne $(2, 1)$, Q współrzędne $(2, -3)$ a R współrzędne $(-1, 2)$ znajdź S takie, że $\vec{PQ} \sim \vec{RS}$.
 - (d) Jeżeli P ma współrzędne $(2, -6)$, Q współrzędne $(2, -3)$ i $\vec{PQ} \sim \vec{RP}$, znajdź R .
 - (e) Jeżeli P leży na prostej $y = ax$ i wektor reprezentowany przez odcinek skierowany $\vec{OP}$ ma długość 20 znajdź wszystkie możliwe współrzędne P . (Jak zwykle, O oznacza początek ustalonego układu współrzędnych.)
 - (f) Niech $A = (1, 2)$, $B = (2, 3)$, $C = (-1, 2)$ a $D = (0, -1)$. Znajdź P jeżeli wektor reprezentowany przez $\vec{AP}$ równa się wektorowi reprezentowanemu przez $\vec{AB}$ + wektor reprezentowany przez $\vec{CD}$.
 - (g) Niech $A = (0, 1)$, $B = (1, 3)$, $C = (1, 0)$ a $D = (0, -2)$. Znajdź P jeżeli wektor reprezentowany przez $\vec{DP}$ równa się wektorowi reprezentowanemu przez $\vec{AB}$ + wektor reprezentowany przez $\vec{CD}$.
 - (h) Niech $A = (1, -1)$, $B = (2, -1)$, $C = (-1, 1)$ a $D = (0, 4)$. Znajdź P jeżeli wektor reprezentowany przez $\vec{BP}$ równa się wektorowi reprezentowanemu przez $\vec{AB}$ + wektor reprezentowany przez $\vec{CD}$.
 - (i) Niech $A = (-2, 1)$, $B = (1, -3)$ a $C = (1, 0)$. Znajdź P jeżeli wektor reprezentowany przez $\vec{CP}$ równa się $1/5$ razy wektor reprezentowany przez $\vec{AB}$.
 - (j) Niech $A = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B = (2 + \sqrt{2}, -1 + \sqrt{3})$ a $C = (\sqrt{7}, \sqrt{11})$. Znajdź P jeżeli wektor reprezentowany przez $\vec{CP}$ równa się -3 razy wektor reprezentowany przez $\vec{AB}$.
 - (k) Niech $A = (2, -4)$, $B = (1, 1)$, $C = (-1, 2)$ a $D = (0, -2)$. Znajdź P jeżeli wektor reprezentowany przez $\vec{AP}$ równa się 2 razy wektor reprezentowany przez $\vec{AB}$ + 3 razy wektor reprezentowany przez $\vec{CD}$.
 - (l) Niech $A = (0, 1)$, $B = (4, -1)$, $C = (3, 2)$ a $D = (2, 3)$. Znajdź $|\mathbf{a}|$ jeżeli $\mathbf{a}$ równa się 2 razy wektor reprezentowany przez $\vec{AB}$ minus 2 razy wektor reprezentowany przez $\vec{CD}$.
- c1.2 Załóżmy, że mamy ustaloną bazę $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ dla wektorów na płaszczyźnie, i wszystkie współrzędne podawane są względem tej bazy.
- (a) Jeśli $\mathbf{a}$ ma współrzędne $(3, \sqrt{2})$ a $\mathbf{b}$ współrzędne $(1, 3\sqrt{2})$, to jakie są współrzędne wektora $-2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$?
 - (b) Znajdź α_1 i α_2 jeżeli $3(2, 0) - 2(\alpha_1, \alpha_2) = (8, 4)$.
 - (c) Przypuśćmy, że $\mathbf{a} = 3\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$, $\mathbf{b} = -\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2$, $\mathbf{c} = 1/2\mathbf{e}_1$ i $2\mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{v} = 2\mathbf{c}$. Znajdź $\mathbf{v}$.
 - (d) Niech $\mathbf{e}_1 = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ i $\mathbf{e}_2 = \mathbf{a} + \mathbf{b}$. Jeżeli $\mathbf{c} = 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2$, czy można znaleźć liczby α i β takie, że $\mathbf{c} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$?
- c1.3 Niech $\mathbf{a}$ i $\mathbf{b}$ będą wektorami niezależnymi, a α liczbą różną od zera.
- (a) Czy wektory $\mathbf{a}$ i $\alpha\mathbf{b}$ są niezależne, zależne, czy różnie, zależnie od konkretnych danych?
 - (b) Czy wektory $\mathbf{a}$ i $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ są niezależne, zależne, czy różnie, zależnie od konkretnych danych?
- c1.4 Przypuśćmy, że ustalona została baza $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ dla wektorów w przestrzeni. Wszystkie współrzędne podawane są w odniesieniu do tej bazy.
- (a) Jeśli $\mathbf{a}$ ma współrzędne $(2, 0, 1)$ a $\mathbf{b}$ współrzędne $(-1, 4, -1)$. Jakie współrzędne ma wektor $2\mathbf{a} - 3(\mathbf{b} + \mathbf{e}_1) + 2(\mathbf{a} - \mathbf{e}_3)$?
 - (b) Niech $\mathbf{a} + \mathbf{b} - 2\mathbf{c} = \mathbf{e}_1$, $2\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{e}_2$ i $2\mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c} = \mathbf{e}_3$. Znajdź współrzędne wektorów $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ i $\mathbf{c}$.
 - (c) Sprawdź, że $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 0)$ i $(1, 0, 0)$ są niezależne, i tworzą bazę dla wektorów w przestrzeni.
 - (d) Sprawdź, że $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 0)$ i $(2, 2, 1)$ nie są niezależne, i nie tworzą bazy dla wektorów w przestrzeni.
 - (e) Niech $\mathbf{v} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \alpha\mathbf{e}_3$. Dla jakich wartości α $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{v}\}$ jest bazą?