

Wykład z analizy

TYDZIEŃ 7.

WEKTOR STYCZNY

ĆWICZENIA

c7.1 Znajdź $\mathbf{T}(t)$ dla krzywej reprezentowanej przez:

- (a) $\mathbf{f}(t) = (t^3 + t, t^2)$ w punkcie $P = (-2, 1)$,
- (b) $\mathbf{f}(t) = (e^{2t}, -(t+8)^{4/3})$ w punkcie $P = (1, -16)$,
- (c) $\mathbf{f}(t) = (\cos 2t, \sin 3t)$, dla $-\pi/6 < t < \pi/6$, w punkcie $P = (\sqrt{3}/2, \sqrt{2}/2)$,
- (d) $\mathbf{f}(t) = (\cos t, t)$.

c7.2 Znajdź $\mathbf{T}(t)$ dla wykresu funkcji:

- (a) $y = \log(x^2 + 1)$ w punkcie $P = (-2, \log 5)$,
- (b) $y = x^3 + 2$,
- (c) $y = x^{5/3} - 2$.

c7.3 Znajdź $\mathbf{T}(t)$ i $\operatorname{tg} \Psi$ dla następujących krzywych (wzór na $\operatorname{tg} \Psi$ podany jest w zadaniu 1):

- (a) $r = 2 + \cos \theta$, dla $-\pi \leq \theta \leq \pi$,
- (b) $r = \cos^2 \theta$ dla $-\pi/2 < \theta < \pi/2$,
- (c) $r = e^\theta$, dla $-\infty < \theta < \infty$,
- (d) $r = \log \theta$, dla $0 < \theta < 1$.

ZADANIA

z7.1 Niech będzie dany punkt P na krzywej gładkiej zadanej we współrzędnych biegunowych równaniem $r = f(\theta)$, z drugą współrzędną biegunową θ . Niech, tak jak na wykładzie, Θ oznacza drugą współrzędną biegunową wektora $\mathbf{T}(t)$, i $\Psi = \theta - \Theta$. Wyprowadź wzór

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{f}{f'}.$$

z7.2 Niech dany będzie wektor styczny $T(t)$ do krzywej i $\Theta(t)$ będzie jego drugą współrzędną biegunową. Wektor $\mathbf{N}(t)$, o długości 1 i drugiej współrzędnej biegunowej $\Theta(t) + \pi/2$ nazywamy wektorem *normalnym* krzywej. Znajdź współrzędne $\mathbf{N}(t)$.

z7.3 Jednostkowy wektor styczny nie zależy od wyboru prostokątnego układu współrzędnych. Czy wektor normalny też jest niezależny?