

Termin 0.

27 maja 2005

Zad 1. Podaj definicję rodziny ortonormalnej, bazy Riesz i rozpięcia dokładnego w przestrzeni Hilberta. Pokaż, że zbiór

$$\{1, \sqrt{2} \cos(nx), n = 1, 2, \dots\}$$

stanowi rodzinę ortonormalną w przestrzeni Hilberta $L^2([-\pi, \pi])$.

Wskazówka. Można wykorzystać tożsamości trygonometryczne:

$$\begin{aligned}\cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b, \\ \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b.\end{aligned}$$

Zad 2. Niech będą dane funkcje f i g , 2π -okresowe, i równe

$$\begin{aligned}f(x) &= \begin{cases} -1 & x \in [-\pi, 0), \\ 1 & x \in [0, \pi], \end{cases} \\ g(x) &= x\end{aligned}$$

w przedziale $[-\pi, \pi]$. Oblicz współczynniki Fouriera funkcji f i oblicz splot $f * g$. Oblicz współczynniki Fouriera funkcji $\sin(kx)$ dla jakiegoś $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Zad 3. Podaj definicję analizy wielorozdzielczej MRA , i definicję filtrów dolno- i górnoprzepustowego: $\{h_n\}$, $m_0(\xi)$, $\{g_n\}$ i $m_1(\xi)$. Uzasadnij, czemu faleki Daubechies są w zastosowaniach lepsze od faleki Haara (nawiasem mówiąc też zaliczanej do falek Daubechies). Jaka jest główna zaleta falek Daubechies?