

**ANALIZA MATEMATYCZNA**  
**LISTA ZADAŃ 7**

- (1) Naszkicować wykres funkcji  $f$  danej wzorem ( $[ \dots ]$  oznacza część całkowitą, a  $\{ \dots \}$  oznacza część ułamkową):

$$f(x) = |x^2 - 1| - |x^2 - 4|; \quad f(x) = |x^2 - 8x + 15|;$$

$$f(x) = x^2 + x + 2 - |x^2 - x - 2|; \quad f(x) = \{\cos x\};$$

$$f(x) = \left[\frac{4}{\pi} \arctan x\right]; \quad f(x) = 2\{\sin x\} - \{2 \sin x\}.$$

- (2) Rozwiązać następujące równania i nierówności:

$$\sin x \geq \frac{1}{2}; \quad |\cos x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad [\sin x] = 0; \quad \{\cos x\} = \frac{1}{2};$$

$$\left\{\frac{4}{\pi} \arctan x\right\} = 0; \quad \left\{\frac{3}{\pi} \arctan x\right\} \leq \frac{1}{2};$$

$$(x^2 - 4) \cdot \cos x \geq 0; \quad \left(\frac{3}{2} + \sin x\right)^{\sin x} = 1.$$

- (3) Obliczyć granice:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log x}{1 + \log x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{-1/x} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2^{1/x} + 1}{2^{-1/x} - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x} - 1}{2^{-1/x} + 1};$$

- (4) Wyznaczyć dziedzinę funkcji  $f$ , oraz sprawdzić, w których punktach funkcja jest ciągła a w których nieciągła ( $\operatorname{sgn} x$  to znak  $x$ : dla  $x > 0$   $\operatorname{sgn} x = 1$ , dla  $x < 0$   $\operatorname{sgn} x = -1$ , a dla  $x = 0$   $\operatorname{sgn} x = 0$ ):

$$f(x) = \operatorname{sgn}(\sin x); \quad f(x)\{x\} - (\{x\})^2;$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ x & \text{dla } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & \text{dla } 1 \leq x < 3 \\ 4 - x & \text{dla } x \geq 3. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x \neq 2 \\ \operatorname{sgn} x & \text{dla } x = 2. \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}; \quad f(x) = \operatorname{sgn}(x^3 - x); \quad f(x) = [x] - [\sqrt[3]{x}];$$

$$f(x) = x^3 \operatorname{sgn}(x); \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x + 4} + 1}; \quad f(x) = [x^2];$$

$$f(x) = \{\log_2 x\}; \quad f(x) = \frac{1}{\{x\}}; \quad f(x) = |[x + \frac{1}{2}] - x|$$

(5) Dla jakich wartości parametrów  $a$  i  $b$  funkcja  $f$  jest ciągła?

Naszkić wykres  $f$  dla takich  $a$  i  $b$ .

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{dla } x < 1 \\ x^2 & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ ax - b & \text{dla } 2 \leq x. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } x < 1 \\ x^2 + ax + b & \text{dla } 1 \leq x < 2 \\ x + 3 & \text{dla } 2 \leq x. \end{cases}$$