

## ANALIZA MATEMATYCZNA

### LISTA ZADAŃ 10

4.12.08

(1) Wyznacz promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji:

(a)  $f(x) = \sqrt{x+2}$ , (b)  $f(x) = \frac{1}{x+3}$ , (c)  $f(x) = \log(x+e)$ .

(2) Znajdź punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

(a)  $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ , (b)  $x^8 - x^2 + 7x - 15$ , (c)  $e^{-x^2}$ ;  
(d)  $\sin^4 x$ , (e)  $\sqrt{x} - \log x$ , (f)  $x^4 + \sqrt[4]{x}$ .

(3) Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^2$  w punkcie  $(2, 4)$  z osią  $OY$ .

(4) Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = e^x$  w punkcie  $(0, 1)$  z osią  $OX$ .

(5) Znajdź punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji  $f(x) = x^3$  odpowiednio w punktach  $(-1, -1)$  i  $(2, 8)$ .

(6) Oblicz  $\int f(x) dx$  jeśli  $f(x)$  dana jest wzorem:

(a)  $10^x$ , (b)  $\sqrt[n]{n}$ ,  $m, n \in \mathbf{N}$ , (c)  $a^x e^x$ ,  $a > 0$ ,  
(d)  $3,4x^{-0,17}$ , (e)  $1 - 2x$ , (f)  $\left(\frac{1-x}{x}\right)^2$ ,  
(g)  $(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$ , (h)  $\frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3}$ ,  
(i)  $(x+1)^{22}$ , (j)  $\frac{x^{100} - 1}{x - 1}$ , (k)  $\sin^2 x$ ,  
(l)  $\frac{x^3}{x+1}$ , (m)  $\frac{x \sqrt[6]{x} + \sqrt[7]{x}}{x^2}$ .

(7) Znaleźć taką funkcję  $F(x)$ , żeby  $F''(x)$  była równa:

(a)  $x^2 + 2x$ , (b)  $\cos x$ , (c)  $e^{7x}$ .

(8) Znajdź taką funkcję  $F(x)$ , że:

(a)  $F''(x) = x^2 + 1$ ,  $F'(0) = 2$ ,  $F(0) = 3$ ;

- (b)  $F''(x) = \frac{1}{x^3}$ ,  $F'(2) = 1$ ,  $F(3) = 5$ ;  
(c)  $F'''(x) = \sin x$ ,  $F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$ ;  
(d)  $F''(x) = \frac{1}{x^2}$ ,  $F'(1) = F'(-1) = 1$ ,  $F(1) = F(-1) = 3$ .
- (9) Oblicz  $\int f(x) dx$  jeśli  $f(x)$  dana jest wzorem:
- (a)  $x \sin 2x$ , (b)  $x e^{-x}$ , (c)  $x^n \log x$ ,  $n \in \mathbf{N}$ ,  
(d)  $x^3 e^{5x}$ , (e)  $e^x \sin^2 x$ , (f)  $x 3^x$ ,  
(g)  $x \sin x \cos x$ , (h)  $e^{3x} \sin 2x$ , (i)  $\sqrt{e^x - 1}$ ,  
(j)  $e^x \sin e^x$ , (k)  $x e^{x^2}$ , (l)  $1 \cdot \sin \log x$ ,  
(m)  $e^{-x^2} x$ , (n)  $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ , (o)  $e^{\sqrt[3]{x}}$ ,  
(p)  $\frac{1}{x \log x \log \log x}$ , (q)  $\cos x e^{\sin x}$ , (r)  $6^{1-x}$ ,  
(s)  $\sin^5 x \cos x$ , (t)  $\tan x$ , (u)  $x e^{x^2} (x^2 + 1)$ ,  
(v)  $e^{5x} \sin 3x$ , (w)  $e^{5x} \cos 3x$ , (x)  $\sin 3x \cdot \sin 5x$ ,  
(y)  $\sin 15x \cdot e^{-4x}$ , (z)  $\frac{\arctan x}{x^2 + 1}$ , (aa)  $\frac{\arctan^7 x + 9 \arctan^5 x}{x^2 + 1}$ ,  
(ab)  $\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$ , (ac)  $\frac{\log^7 x + \log^2 x}{x}$ , (ad)  $e^{-x^2} x^5$ ,  
(ae)  $\sin \sqrt{x}$ , (af)  $\frac{\sqrt{2 + \log x}}{x}$ , (ag)  $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$ ,  
(ah)  $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ .