

METODY NUMERYCZNE
ZADANIA NA LABORATORIUM 1
13.03.2014

- (1) Funkcja **rand** generuje losową liczbę z przedziału $[0, 1]$ z rozkładem jednostajnym. Użyj tej funkcji do wygenerowania losowo jednej z liczb $1, \dots, 6$ (każda z tym samym prawdopodobieństwem). Wygeneruj 1000 takich liczb, i przedstaw wyniki na wykresie. Oblicz średni wynik. Powtórz to 100 razy i wygeneruj histogram wyników. Oblicz analitycznie wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe symulowanej zmiennej losowej.
- (2) Napisz kod symulujący znany problem „Monty Hall”. Oszacuj numerycznie prawdopodobieństwa wygrania ze zmianą i bez zmiany.
- (3) Napisz kod symulujący zmodyfikowaną wersję problemu „Monty Hall”. Do wyboru jest 7 kubków, i wybrać można 3. Następnie z pozostałych wskazywane są 3 puste kubki. Następnie można pozostać przy swoim wyborze 3 kubków albo zamienić je na jeden pozostały niewybrany i nieodkryty. Oszacuj numerycznie prawdopodobieństwa wygrania ze zmianą i bez zmiany.
- (4) Napisz kod symulujący następującą sytuację. Prysznic bierze Magda lub Agnieszka (obie biorą prysznic jednakowo często). Słychać, że osoba biorąca prysznic śpiewa. Wiemy, że Magda zawsze śpiewa pod prysznicem. Natomiast Agnieszka śpiewa tylko wtedy, kiedy jest w dobrym humorze, średnio raz na 4 prysznice. Oszacuj numerycznie prawdopodobieństwo, że pod prysznicem jest Magda.
- (5) Oszacuj numerycznie pole elipsy

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1,$$

„rzucając” losowo punkty na prostokąt $[-2, 2] \times [-1, 1]$ (z rozkładem każdej zmiennej jednostajnym).

- Najpierw narysuj elipsę, i zatrzymaj ją komendą **hold on**
 - Następnie „rzuć” 100 punktów na prostokąt, zaznacz je na rysunku elipsy, i policz te, które wpadły do środka elipsy.
 - Policz przybliżone pole dzieląc ilość punktów które „wpadły” przez ilość wszystkich punktów.
 - Niech X_i będzie zmienną losową która przyjmuje wartość 1 jeżeli j -ty punkt wpadł do środka elipsy i 0 jeżeli nie wpadł. Na podstawie danych numerycznych z poprzednich punktów oszacuj wartość oczekiwaną tej zmiennej i jej wariancję.
 - Niech $A_{1000} = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} X_i$. Używając Centralnego Twierdzenia Granicznego oszacuj średnią, wariancję i odchylenie standardowe A_{1000} .
- (6) Następującą całkę 10-krotną można obliczyć dokładnie:

$$\int_0^2 \int_0^2 \cdots \int_0^2 x_1 x_2 \cdots x_{10} dx_1 dx_2 \cdots dx_{10}.$$

- Oblicz tą całkę dokładnie
- Oszacuj tą całkę metodą Monte Carlo, oraz związane odchylenie standardowe
- Wykonaj obliczenia z 10000, 40000 i 160000 punktami i ustal na ile odchyleń standardowych wynik różni się od wyniku dokładnego.