

ANALIZA MATEMATYCZNA B3

LISTA ZADAŃ 5

14.11.2016

(1) Znajdź ekstrema funkcji $y = f(x)$ zadanej niejawnie równaniem:

(a) $x^2 + y^2 + 4y = xy + 2x$,

(b) $(x - y)^2 = y + xy - 3x$,

(c) $x^5 + y^4 - 4xy^2 = 0$.

(d) $x^3 + y^3 = 12xy$.

(2) Znajdź ekstrema funkcji $z = f(x, y)$ zadanej niejawnie równaniem:

(a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$,

(b) $(x^2 + y^2 + z^2)^2 - a^2(x^2 + y^2 - z^2) = 0$,

(c) $5(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 72$.

(3) Znajdź równania stycznych do podanych krzywych w podanych punktach:

(a) $x^3 - y^3 + x - y = 0$, $(2, 2)$ oraz (p, p) ,

(b) $x^2 + y^2 = 3xy - x$, $(1, 1)$ oraz $(0, 0)$,

(c) $x^2 - 2x + y^2 - 2y = -1$, $(1, 2)$ oraz $(0, 1)$.

(4) Znajdź równanie płaszczyzny stycznej do powierzchni $x^2 + y^3 + z^4 = x + z$ w punkcie: (a) $(0, 0, 0)$, (b) $(1, 0, 0)$, (c) $(1, 0, 1)$.

(5) Oblicz pierwszą i drugą pochodną funkcji $y = f(x)$ zadanych w sposób uwikłany:

(a) $xe^y - y + 1 = 0$,

(b) $x^2 + y^2 - 3xy = 0$,

(c) $1 + xy = \log(e^{xy} + e^{-xy})$, (d) $\log \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan(y/x)$.

(6) Znajdź wartości największą i najmniejszą podanych funkcji przy podanych warunkach.

(a) $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2y - 3$, $x^2 + y^2 \leq 4$,

(b) $f(x, y) = x^3 + x^2 + y^2/3$, $x^2 + y^2 \leq 36$,

(c) $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$, $x - y = \pi/4$,

(d) $f(x, y) = 16 - x^2 - 4y^2$, $x^4 + 2y^4 \leq 1$,

(e) $f(x, y) = 4x^2 + y^3 + 3y + 7$, $4x^2 + 3y^2 = 3$,

(f) $f(x, y, z) = 3z - x - 2y$, $x^2 + 4y^2z = 0$,

- (g) $f(x, y, z) = y^3 + xz^2, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1,$
- (h) $f(x, y, z) = xyz, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x + y + z = 0.$
- (7) Znajdź ekstrema warunkowe podanych funkcji przy podanych warunkach.
- (a) $f(x, y, z) = x - y + z, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2,$
- (b) $f(x, y) = x - y, \quad x^2 - y^2 = 2,$
- (c) $f(x, y) = x^{10} + y^{10}, \quad x + y = 2,$
- (d) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1,$
- (e) $f(x, y, z) = x + y + z, \quad 1/x + 1/y + 1/z = 1,$
- (f) $f(x_1, \dots, x_n) = |x_1|^p + \dots + |x_n|^p, \quad x_1 + \dots + x_n = a > 0,$
- (g) $f(x, y, z) = x + y + z, \quad x^2 - y^2 = 1, \quad 2x + z = 1,$
- (h) $f(x, y, z) = xw + yz, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad w^2 + z^2 = 1.$
- (8) Na elipsie $x^2/4 + y^2/9 = 1$ znajdź punkty najbliższy i najdalszy od prostej $3x + y - 9 = 0$.