

**ANALIZA MATEMATYCZNA**

**LISTA ZADAŃ 9**

**26.11.18**

(1) Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{7x} - 1}{x} & : x \neq 0, \\ 7 & : x = 0. \end{cases}$$

Oblicz  $f'(0)$ .

(2) Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos(x) - 1} & : x \neq 2k\pi, k \in \mathbf{Z}, \\ A & : x = 0. \end{cases}$$

Dla jakiego  $A$  istnieje  $f'(0)$  i ile wynosi?

(3) Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 3e^x + 2}{x^2} & : x \neq 0, \\ A & : x = 0. \end{cases}$$

Dla jakiego  $A$  istnieje  $f'(0)$  i ile wynosi?

(4) Oblicz pochodną rzędu 3 funkcji  $f$  danej wzorem:

(a)  $(x+1)^6$ ,    (b)  $x^6 - 4x^3 + 4$ ,    (c)  $\frac{1}{1-x}$ ,  
 (d)  $x^3 \log x$ ,    (e)  $e^{2x-1}$ ,    (f)  $(x^2+1)^3$ ,  
 (g)  $e^{x^2}$ ,    (h)  $\log(x^2)$ ,    (i)  $(x-7)^{50}$ .

(5) Wyprowadź wzór na pochodną rzędu  $n$  funkcji  $f$  danej wzorem:

(a)  $\log(x^{10})$ ,    (b)  $x \log(x)$ ,    (c)  $\sqrt{x}$ ,  
 (d)  $\sin^2(x)$ ,    (e)  $\frac{1-x}{1+x}$ ,    (f)  $xe^x$ ,  
 (g)  $\sin(5x)$ ,    (h)  $x^7$ ,    (i)  $e^{4x}$ ,  
 (j)  $x + \frac{1}{x}$ ,    (k)  $x^2 e^{-x}$ .

(6) Udowodnij, że

$$(f \cdot g)^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x).$$

(7) Oblicz przybliżone wartości następujących liczb korzystając trzech początkowych wyrazów (zerowego, pierwszego i drugiego) odpowiednio dobranej szeregu Taylora. Oszacuj błąd przybliżenia na podstawie wzoru Taylora:

(a)  $\sqrt{24}$ ,    (b)  $\sqrt[3]{126}$ ,    (c)  $\sqrt[7]{126}$ ,  
 (d)  $\sin(\frac{1}{10})$ ,    (e)  $\arctan(\frac{1}{10})$ ,    (f)  $\sqrt{50}$ .