ANALIZA MATEMATYCZNA

LISTA ZADAŃ 10

9.12.19

(1) Wyznacz promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji:

$$\text{(a) } f(x) = \sqrt{x+2}, \quad \text{(b) } f(x) = \frac{1}{x+3}, \quad \text{(c) } f(x) = \log(x+e).$$

(2) Znajdź punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:
(a) $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$, (b) $x^8 - x^2 + 7x - 15$, (c) e^{-x^2},
(d) $\sin^4(x)$, (e) $\sqrt{x} - \log(x)$, (f) $x^4 + \sqrt[4]{x}$.

(3) Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie $(2, 4)$ z osią OY.

(4) Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = e^x$ w punkcie $(0, 1)$ z osią OX.

(5) Znajdź punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji $f(x) = x^3$ odpowiednio w punktach $(-1, -1)$ i $(2, 8)$.

(6) Oblicz $\int f(x)\,dx$ jeśli $f(x)$ dane jest wzorem:
(a) 10^x, (b) $\sqrt[m]{n},\ m, n \in \mathbf{N}$, (c) $a^x\,e^x,\ a > 0$,
(d) $3{,}4\,x^{-0{,}17}$, (e) $1 - 2x$, (f) $\left(\frac{1-x}{x}\right)^2$,
(g) $(\sqrt{x}+1)\,(x - \sqrt{x} + 1)$, (h) $\frac{\sqrt{x} - x^3\,e^x + x^2}{x^3}$, (i) $(x+1)^{22}$,
(j) $\frac{x^{100}-1}{x-1}$, (k) $\frac{x\,\sqrt[6]{x} + \sqrt[7]{x}}{x^2}$, (l) $\frac{x^3}{x+1}$,

(7) Znaleźć taką funkcję F, żeby $F''(x)$ było równe:
(a) $x^2 + 2x$, (b) $\cos(x)$, (c) e^{7x}.

(8) Znajdź taką funkcję F, że:
(a) $F''(x) = x^2 + 1,\ F'(0) = 2,\ F(0) = 3;$
(b) $F''(x) = \frac{1}{x^3},\ F'(2) = 1,\ F(3) = 5;$
(c) $F'''(x) = \sin(x),\ F''(0) = F'(0) = F(0) = 0;$
(d) $F''(x) = \frac{1}{x^2},\ F'(1) = F'(-1) = 1,\ F(1) = F(-1) = 3.$

(9) Oblicz $\int f(x)\,dx$ jeśli $f(x)$ dane jest wzorem:
(a) $x\sin(2x)$, (b) $x\,e^{-x}$, (c) $x^n\,\log(x),\ n \in \mathbf{N}$,
(d) $x^3\,e^{5x}$, (e) $e^x\,\sin^2(x)$, (f) $x\,3^x$,
(g) $x\,\sin(x)\,\cos(x)$, (h) $e^{3x}\,\sin(2x)$, (i) $\sqrt{e^x - 1}$,
(j) $e^x\,\sin(e^x)$, (k) $x\,e^{x^2}$, (l) $1 \cdot \sin(\log(x))$,
(m) $e^{-x^2}\,x$, (n) $\frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$, (o) $e^{\sqrt[3]{x}}$,

(p) $\dfrac{1}{x\,\log(x)\,\log(\log(x))}$, (q) $\cos(x)\,e^{\sin(x)}$, (r) 6^{1-x},

(s) $\sin^5(x)\,\cos(x)$, (t) $\dfrac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x+1}}$, (u) $x\,e^{x^2}\,(x^2+1)$,

(v) $e^{5x}\,\sin(3x)$, (w) $e^{5x}\,\cos(3x)$, (x) $\sin(3x)\cdot\sin(5x)$,

(y) $\sin(15x)\cdot e^{-4x}$, (z) $\dfrac{\arctan(x)}{x^2+1}$, (aa) $\dfrac{\arctan^7(x)+9\,\arctan^5(x)}{x^2+1}$,

(ab) $\dfrac{x^3}{(x-1)^{12}}$, (ac) $\dfrac{\log^7(x)+\log^2(x)}{x}$, (ad) $e^{-x^2}\,x^5$,

(ae) $\sin(\sqrt{x})$, (af) $\dfrac{\sqrt{2+\log(x)}}{x}$.