

**MATEMATYKA OBLICZENIOWA**  
**LISTA ZADAŃ 6 - UKŁADY LINIOWE**

**20.05.2023**

1. Rozważamy następujący eksperyment mechaniczny przeprowadzony przez Galileusza (Galileo Galilei), kiedy w wolnej chwili badał on spadające ciała. Wyobraźmy sobie, że mamy stół o wysokości 0.778 metra (taki stół miał Galileusz). Na stole umieszczona jest równia pochyła (o ustalonym kącie nachylenia). Galileusz puszczał metalowe kulki po równi pochyłej, zaczynając na wysokości  $h$  (pionowej) nad powierzchnią stołu. Kulka staczała się po równi pochyłej, nabierając prędkości, następnie wytaczała się na stół, zamieniając prędkość wzdłuż równi na prędkość poziomą po powierzchni stołu. W końcu wylatywała z krawędzi stołu i spadała na ziemię. Galileusz mierzył poziomą odległość  $d$ , jaką przebyła kulka od krawędzi stołu do momentu uderzenia w ziemię. Galileusz (podobno) uzyskał następujące pomiary:

| Wysokość startu<br>h (m) | Odległość pozioma<br>d (m) |
|--------------------------|----------------------------|
| 0.282                    | 0.752                      |
| 0.564                    | 1.102                      |
| 0.752                    | 1.248                      |
| 0.940                    | 1.410                      |

- (a) Stosując metodę najmniejszych kwadratów dopasuj prostą  $y = mx + c$  do powyższych danych. Oblicz normę  $(\sum(d_i - (mh_i + c))^2)^{1/2}$ .
- (b) Znajdź analitycznie wzór na  $d$  jako funkcji  $h$  (Galileo nie znał zasad dynamiki, nie mógł więc sam tego zrobić).
- (c) Stosując metodę najmniejszych kwadratów dopasuj krzywą  $y = m\sqrt{x} + c$  do powyższych danych, i oblicz normę residualną, jak w poprzednim punkcie.
2. W tym ćwiczeniu wykorzystamy bazę danych `mnist_all.mat`, która zawiera ręcznie napisane cyfry. Każda cyfra w bazie zapisane jest w postaci obrazu w odcieniach szarości o rozmiarach  $28 \times 28$ . Cyfry są umiejscowione na obrazku w ten sposób, że środek masy pikseli pokrywa się ze środkiem obrazka. W bazie jest 60000 cyfr *treningowych* i 10000 cyfr *testowych*. Obrazki zapisane są w tablicach `train0, ..., train9` oraz `test0, ..., test9`. Wiersz każdej tablicy reprezentuje jeden obraz, i ma  $28 \times 28 = 784$  współrzędnych (kolejne wiersze obrazka). Bazę możemy załadować do Matlaba instrukcją `load`. Wiersze można przetworzyć na tablice pikseli instrukcją `tab_pix = reshape(wiersz, 28, 28)`. Pomocne mogą być też instrukcje `flipud`, `rot90`.
- Utwórz macierz  $T$  10 na 784 zawierającą *średnie* cyfry treningowe. Wyświetl te średnie cyfry.
  - Najprostszym sposobem identyfikacji cyfry testowej jest porównanie jej pikseli z kolejnymi wierszami  $T$ , i znalezienie wiersza najlepiej przybliżającego badaną cyfrę, powiedzmy w 2 normie.