

MATEMATYKA OBLICZENIOWA

ZADANIE NA ZALICZENIE 3

8.05.2023

- (1) Zaproponuj jakiś konkretny wielomian $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a, b, c, d \neq 0$, który ma zero w przedziale $(1, 2)$, a następnie znajdź to zero stosując metody Newtona, siecznych i bisekcji. W każdym przypadku spróbuj ustalić prędkość zbieżności. Oddaj programy, obliczenia i dyskusję zbieżności.
- (2) Rozważmy wielomian

$$p(t) = (t - 1)(t - 2)(t - 3) \cdots (t - 20) - 10^{-8}t^{19}.$$

- Zauważ, że p ma pierwiastek w przedziale $[20, 22]$, i użyj metody siecznych do jego znalezienia.
 - Ustal doświadczalnie ilość iteracji potrzebnych do uzyskania dokładności 10^{-3} oraz 10^{-13} , i oblicz iloraz. Zrób te same obliczenia dla metody bisekcji. W przypadku metody siecznych jako oszacowanie błędu przyjmij różnicę dwóch kolejnych iteracji, a w przypadku bisekcji połowę długości bieżącego przedziału.
 - Spróbuj wyjaśnić, czemu metoda siecznych w tym przypadku jest skuteczniejsza niż metoda bisekcji czy Newtona.
- (3) Znajdź wielomian stopnia 9 który interpoluje funkcję arctan pomiędzy 10 równo rozłożonymi punktami przedziału $[-2, 4]$. Następnie znajdź maksymalny błąd interpolacji na przedziale $[-3, 5]$ (badaj różnicę pomiędzy funkcją a wielomianem w punktach jakiejś wystarczająco gęstej siatki). Sprawdź jak ten błąd zmienia się, jeżeli zmienimy ilość punktów interpolacji (i stopień wielomianu).

Uwaga: Rozwiązania zbyt podobne do siebie nie będą akceptowane.

Oryginały zadań można znaleźć na stronie <http://pages.cs.wisc.edu/holzer/cs412/>.