

ANALIZA MATEMATYCZNA

LISTA ZADAŃ 10

11.12.2023

1. Wyznacz promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji:

$$(a) f(x) = \sqrt{x+2}, \quad (b) f(x) = \frac{1}{x+3}, \quad (c) f(x) = \log(x+e).$$

2. Znajdź punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

$$(a) x^3 + 2x^2 + 3x + 4, \quad (b) x^8 - x^2 + 7x - 15, \quad (c) e^{-x^2},$$

$$(d) \sin^4(x), \quad (e) \sqrt{x} - \log(x), \quad (f) x^4 + \sqrt[4]{x}.$$

3. Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie $(2, 4)$ z osią OY .

4. Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = e^x$ w punkcie $(0, 1)$ z osią OX .

5. Znajdź punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji $f(x) = x^3$ odpowiednio w punktach $(-1, -1)$ i $(2, 8)$.

6. Oblicz $\int f(x) dx$ jeśli $f(x)$ dane jest wzorem:

$$(a) 10^x, \quad (b) \sqrt[m]{n}, \quad m, n \in \mathbb{N}, \quad (c) a^x e^x, \quad a > 0,$$

$$(d) 3,4x^{-0,17}, \quad (e) 1 - 2x, \quad (f) \left(\frac{1-x}{x}\right)^2,$$

$$(g) (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1), \quad (h) \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3}, \quad (i) (x+1)^{22},$$

$$(j) \frac{x^{100} - 1}{x - 1}, \quad (k) \frac{x \sqrt[6]{x} + \sqrt[7]{x}}{x^2}, \quad (l) \frac{x^3}{x+1},$$

7. Znaleźć taką funkcję F , żeby $F''(x)$ było równe:

$$(a) x^2 + 2x, \quad (b) \cos(x), \quad (c) e^{7x}.$$

8. Znajdź taką funkcję F , że:

$$(a) F''(x) = x^2 + 1, \quad F'(0) = 2, \quad F(0) = 3;$$

$$(b) F''(x) = \frac{1}{x^3}, \quad F'(2) = 1, \quad F(3) = 5;$$

$$(c) F'''(x) = \sin(x), \quad F''(0) = F'(0) = F(0) = 0;$$

$$(d) F''(x) = \frac{1}{x^2}, \quad F'(1) = F'(-1) = 1, \quad F(1) = F(-1) = 3.$$

9. Oblicz $\int f(x) dx$ jeśli $f(x)$ dane jest wzorem:

$$(a) x \sin(2x), \quad (b) x e^{-x}, \quad (c) x^n \log(x), \quad n \in \mathbb{N},$$

$$(d) x^3 e^{5x}, \quad (e) e^x \sin^2(x), \quad (f) x 3^x,$$

$$(g) x \sin(x) \cos(x), \quad (h) e^{3x} \sin(2x), \quad (i) \sqrt{e^x - 1},$$

$$(j) e^x \sin(e^x), \quad (k) x e^{x^2}, \quad (l) 1 \cdot \sin(\log(x)),$$

$$(m) e^{-x^2} x, \quad (n) \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}, \quad (o) e^{\sqrt[3]{x}},$$

- | | | |
|---|--|--|
| (p) $\frac{1}{x \log(x) \log(\log(x))}$, | (q) $\cos(x) e^{\sin(x)}$, | (r) 6^{1-x} , |
| (s) $\sin^5(x) \cos(x)$, | (t) $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$, | (u) $x e^{x^2} (x^2 + 1)$, |
| (v) $e^{5x} \sin(3x)$, | (w) $e^{5x} \cos(3x)$, | (x) $\sin(3x) \cdot \sin(5x)$, |
| (y) $\sin(15x) \cdot e^{-4x}$, | (z) $\frac{\arctan(x)}{x^2 + 1}$, | (aa) $\frac{\arctan^7(x) + 9 \arctan^5(x)}{x^2 + 1}$, |
| (ab) $\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$, | (ac) $\frac{\log^7(x) + \log^2(x)}{x}$, | (ad) $e^{-x^2} x^5$, |
| (ae) $\sin(\sqrt{x})$, | (af) $\frac{\sqrt{2 + \log(x)}}{x}$. | |