

ANALIZA MATEMATYCZNA

LISTA ZADAŃ 10

8.12.2025

1. Wyznacz promień zbieżności szeregu Maclaurina funkcji:

(a) $f(x) = \sqrt{x+2}$, (b) $f(x) = \frac{1}{x+3}$, (c) $f(x) = \log(x+e)$.

2. Znajdź punkty przegięcia i przedziały wypukłości funkcji danych wzorami:

(a) $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$, (b) $x^8 - x^2 + 7x - 15$, (c) e^{-x^2} ,
(d) $\sin^4(x)$, (e) $\sqrt{x} - \log(x)$, (f) $x^4 + \sqrt[4]{x}$.

3. Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^2$ w punkcie $(2, 4)$ z osią OY .

4. Znajdź punkt przecięcia stycznej do wykresu funkcji $f(x) = e^x$ w punkcie $(0, 1)$ z osią OX .

5. Znajdź punkt przecięcia stycznych do wykresu funkcji $f(x) = x^3$ odpowiednio w punktach $(-1, -1)$ i $(2, 8)$.

6. Oblicz $\int f(x) dx$ jeśli $f(x)$ dane jest wzorem:

(a) 10^x , (b) $\sqrt[n]{n}$, $m, n \in \mathbb{N}$, (c) $a^x e^x$, $a > 0$,
(d) $3,4 x^{-0,17}$, (e) $1 - 2x$, (f) $\left(\frac{1-x}{x}\right)^2$,
(g) $(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)$, (h) $\frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3}$, (i) $(x+1)^{22}$,
(j) $\frac{x^{100} - 1}{x - 1}$, (k) $\frac{x \sqrt[6]{x} + \sqrt[7]{x}}{x^2}$, (l) $\frac{x^3}{x+1}$.

7. Znaleźć taką funkcję F , żeby $F''(x)$ było równe:

(a) $x^2 + 2x$, (b) $\cos(x)$, (c) e^{7x} .

8. Znajdź taką funkcję F , że:

(a) $F''(x) = x^2 + 1$, $F'(0) = 2$, $F(0) = 3$;
(b) $F''(x) = \frac{1}{x^3}$, $F'(2) = 1$, $F(3) = 5$;
(c) $F'''(x) = \sin(x)$, $F''(0) = F'(0) = F(0) = 0$;
(d) $F''(x) = \frac{1}{x^2}$, $F'(1) = F'(-1) = 1$, $F(1) = F(-1) = 3$.

9. Oblicz $\int f(x) dx$ jeśli $f(x)$ dane jest wzorem:

(a) $x \sin(2x)$, (b) $x e^{-x}$, (c) $x^n \log(x)$, $n \in \mathbb{N}$,
(d) $x^3 e^{5x}$, (e) $e^x \sin^2(x)$, (f) $x 3^x$,
(g) $x \sin(x) \cos(x)$, (h) $e^{3x} \sin(2x)$, (i) $\sqrt{e^x - 1}$,
(j) $e^x \sin(e^x)$, (k) $x e^{x^2}$, (l) $1 \cdot \sin(\log(x))$,
(m) $e^{-x^2} x$, (n) $\frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$, (o) $e^{\sqrt[3]{x}}$.

- | | | |
|--|---|---|
| (p) $\frac{1}{x \log(x) \log(\log(x))},$ | (q) $\cos(x) e^{\sin(x)},$ | (r) $6^{1-x},$ |
| (s) $\sin^5(x) \cos(x),$ | (t) $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}},$ | (u) $x e^{x^2} (x^2 + 1),$ |
| (v) $e^{5x} \sin(3x),$ | (w) $e^{5x} \cos(3x),$ | (x) $\sin(3x) \cdot \sin(5x),$ |
| (y) $\sin(15x) \cdot e^{-4x},$ | (z) $\frac{\arctan(x)}{x^2 + 1},$ | (aa) $\frac{\arctan^7(x) + 9 \arctan^5(x)}{x^2 + 1},$ |
| (ab) $\frac{x^3}{(x-1)^{12}},$ | (ac) $\frac{\log^7(x) + \log^2(x)}{x},$ | (ad) $e^{-x^2} x^5,$ |
| (ae) $\sin(\sqrt{x}),$ | (af) $\frac{\sqrt{2 + \log(x)}}{x}.$ | |