

Przemyśl, jak (w szkole) rozwiązywać z pomocą „kalkulatora prostego” (definicja u dołu [tej strony](#)) nast. zadania:

1. Ile sekund życia miałś/-łaś za sobą, kiedy się dziś obudziłaś/-łeś?
2. Jaką drogę pokona Ziemia w swoim ruchu wokół Słońca, w czasie gdy rozwiązujesz to zadanie?
3. Jaś podskoczył (na jednej nodze) - o ile obróciła się Ziemia w swym ruchu wirowym przez czas, jaki był w powietrzu?
4. Jaka jest pierwsza / trzecia / ostatnia / trzecia od końca cyfra liczby 2013^{100} ? a liczby 2011^{2011} ?
5. Jaka jest reszta z dzielenia przez 123 liczby 123.123.123.456.123.123.123.555.123.987?
6. Jak można obliczyć kalkulatorem wartość liczby o zapisie dziesiętnym 87654321 przy pomocy jak najmniejszej liczby naciśnięć klawiszy?
7. A jak stwierdzić, ile cyfr liczy piętkowy zapis liczby 87654321?
8. Jak, nie używając klawiszy z cyframi parzystymi, wygenerować na kalkulatorze liczbę 2011? A jeśli chcemy zminimalizować liczbę naciśnięć klawiszy? A gdyby z cyfr można było używać tylko, powiedzmy, piątki?
9. Oblicz wartość wielomianu $12x^8 - x^6 + x^5/3 - 4x^3 + 2x - 8$ dla $x = 2, 3, -5, \sqrt{7}, \dots$
10. Jaka regularność charakteryzuje nie za duże podzielne przez 3 wielokrotności liczby 37? Postaw hipotezę. Zweryfikuj. Udowodnij! Do której wielokrotności można jeszcze coś zauważyć? A udowodnić? :>
11. A jak rozwiązywać powyższe zadania na Casiach? :>
12. Co pouczającego może być dla ucznia w obejrzeniu wykresów $y = \sin^2 x$ i $y = \cos^2 x - \sin^2 x$?
13. Znajdź ekstrema / miejsca zerowe / punkty przecięcia wykresów itp.: $f_1(x) = x^2 + \sin x$,
 $f_2(x) = 20 \sin(3x) + \sin(26x)$, $f_3(x) = x + \frac{1}{x-2011}$, $f_4(x) = x^2 + \frac{1}{x}$, $f_5(x) = \ln(\cos x)$, $f_6(x) = \cos(\ln x)$,
 $f_7(x) = x \cos x$. (Uwaga: sporo powinni być Państwo w stanie powiedzieć o tych wykresach bez kalkulatora – proszę się zastanowić i posprawdzać dokładnie ew. niejasności odpowiednim zoomem).
14. A $g_1(x) = 1 + 2x^2 - x^3$, $g_2(x) = x^3 - 7x + 3$, $g_3(x) = 5x^4 - 2x^3 - 9x^2 - 4x + 1$, $g_4(x) = e^x - x - 3$,
 $g_5(x) = x + 2 \ln x$, $g_6(x) = xe^x - 1 - x$, $g_6(x) = xe^x - 1 - x$, $g_7(x) = \sin x - x/21$?
15. Narysuj wykresami funkcji okrąg o danym środku i promieniu. Dlaczego może wyglądać on dziwnie? Jak temu zaradzić?
16. Obejrzyj wykresy funkcji $y = a^x$ i $y = \log_a x$ dla różnych wartości parametru a (np. 10, 4, 2, 1, 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$). Które wykresy warto oglądać jednocześnie?

17. Wyznacz liczbę pierwiastków równania $|x^2-5|x|+4| = b$ w zależności od b i równania $|x^2-5|x|+4| = ax+1$ w zależności od a . (Oba zadania oczywiście powinni Państwo umieć rozwiązać również bez kalkulatora, ale czemu i tak warto mieć go pod ręką?)

18. I jeszcze jedno zadanie z prawdziwego podręcznika: Dla jakich całkowitych wartości parametru m wielomian $W(x) = (m-1)x^2 - (m^2-1)x + m^2 + m$ ma całkowite pierwiastki?

- a) Jak się to rozwiązuje? (na poziomie matury!)
- b) Obejrzyj wykresy funkcji $W(x)$ dla różnych dozwolonych wartości m . Jakie hipotezy dotyczące pierwiastków wielomianu można dzięki tym obserwacjom poczynić? Udowodnij je!
- c) Obejrzyj wykresy $y=W(x)$ dla m coraz bliższych 1. Co zauważasz? Czy potrafisz potwierdzić to rachunkami?

19. Jak zachowują się wykresy $y=a(x-1)(x-2011)$ dla a dążących do ∞ ? Do $-\infty$? Do 0? Czy potrafisz potwierdzić to rachunkami?

RYSUJEMY PARAMETRYCZNIE:

20. Narysuj: a) półokrąg o środku $(0, 0)$, promieniu R leżący w I i IV ćw.,
b) łuk okręgu o środku $(0, 0)$ i końcach w punktach $(-1, 1)$ i $(0, -1)$,
c) okrąg o środku (A, B) i promieniu R , d) elipsę, e) odcinek, f) parabolę.

Czy umiesz zapanować nad kierunkiem ich rysowania?

21. Spowoduj (jedną parą równań!), żeby poruszająca się cząstka przebiegła po jakimś łuku i potem wróciła (tj. przebiegła po nim jeszcze raz w przeciwnym kierunku).

22. Pooglądaj krzywe Lissajous, przynajmniej dla obu częstości będących małymi liczbami nat.

23. Co da parametryczne równanie okręgu, jeśli skok T będzie równy $2\pi/n$ dla $n \in \mathbb{N}$?

BIEGUNOWO:

24. Ile jest różnych typów n -kątów gwiazdzystych dla $n = 7, 8, 9, 5, 6, 10, \dots$? Jak narysować ten, który mam najwęższe/najszerze ramiona? Od czego zależy minimalna dziedzina, która umożliwia narysowanie danej gwiazdy?

25. Jaki wzór ma prosta? Jeśli nie umiesz ogólnie (choć to nie tak trudne), pomyśl o konkretnych przykładach. Czy każdą prostą da się narysować?

26. A jak narysować elipsę? A cokolwiek o jajowatym wyglądzie? (Jaką własność musi mieć równanie takiej krzywej?)

ITERUJEMY

27. Znajdź pierwiastki wielomianu z dokładnością do trzech cyfr po przecinku.

- a) $f(x) = 1 + 2x^2 - x^3$ b) $f(x) = x^3 - 7x + 3$ c) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 - 9x^2 - 4x + 1$

Ile razy trzeba powtórzyć iterację, aby otrzymać taką dokładność?

28. Rozwiąż równania. Podaj ich pierwiastki z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.

- a) $e^x = x + 3$ b) $x + 2 \ln x = 0$ c) $xe^x - 1 - x = 0$

Czy zawsze było to możliwe metodą iteracji?

29. Podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących granice ciągów spełniających rekurencje:

$a_{n+1} = \cos a_n + 1$, $b_{n+1} = 3\sqrt[3]{(b_n - 1)}$. Czy zależy to od pierwszego wyrazu?