

0. Przypomnieć sobie następujące pojęcia z wykładu ze wstępu do matematyki: relacja równoważności, klasy abstrakcji, indukcja matematyczna, definicje rekurencyjne.

1. Załóżmy, że Σ jest alfabetem. Definiujemy rekurencyjnie zbiór palindromów jako najmniejszy język $P \subseteq \Sigma^*$ taki, że

- (a) $\varepsilon \in P$ i $a \in P$ dla wszystkich $a \in \Sigma$,
- (b) jeśli $w \in P$, to $awa \in P$ dla wszystkich $a \in \Sigma$.

Udowodnić, że dla każdego $w \in \Sigma^*$:

(*) $w \in P \iff w$ brzmi tak samo czytane wprzód i wspak.

(wsk: dowód przeprowadzić przez indukcję względem długości słowa w , tzn. udowodnić, że dla każdego $n \in \mathbb{N}$, dla wszystkich słów w długości n (*) zachodzi.)

2. Niech δ będzie funkcją przejścia w AS. Udowodnić, że dla dowolnych słów x, y mamy $\delta(q, xy) = \delta(\delta(q, x), y)$. (wsk: indukcja względem $|y|$)

3. Opisać deterministyczne AS (ewentualnie narysować diagramy przejść) akceptujące następujące języki nad alfabetem $\{0, 1\}$:

- (a) zbiór wszystkich słów o zakończeniu 00,
- (b) zbiór wszystkich słów zawierających dwa kolejne zera,
- (c) zbiór tych łańcuchów, w których każdy blok złożony z 4 kolejnych symboli zawiera co najmniej dwa zera,
- (d) zbiór tych słów, które w zapisie binarnym oznaczają liczbę podzielną przez 5,
- (e) zbiór tych słów, w których trzeci symbol od końca jest jedyneką.

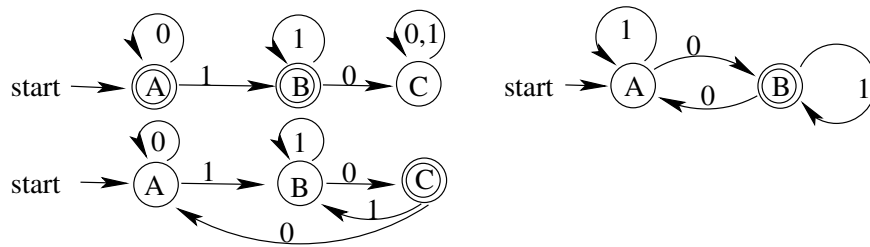
Dodatkowo w każdym przypadku zapisać dany zbiór symbolicznie.

(uwaga: nie zawsze ma sens jawne wypisywanie definicji automatu, może on być za duży, czasem wystarcza tylko opis nieformalny, choć precyzyjny)

(f)* Na zbiorze $A = \{a, b, c\}$ określić działanie $\cdot$ (wg uznania). Każde słowo $w \in A^* \setminus \{\varepsilon\}$ uzyskuje w ten sposób określoną wartość w zbiorze A (uzyskaną przez kolejne wykonanie działania na literach słowa w , łączność w lewo). Określić automaty rozpoznające następujące języki:

(1) zbiór tych słów w , dla których wartość w w A to a . (2) zbiór tych słów w , dla których wartość w równa się wartości w^* (w^* to słowo w pisane wspak).

4. Opisać w języku potocznym zbiory akceptowane przez automaty o podanych diagramach przejść.



5. Napisać wyrażenia regularne dla każdego z poniższych języków nad alfabetem $\{0, 1\}$.

(a) Zbiór słów zawierających co najwyżej jedną parę kolejnych zer i co najwyżej

jedną parę kolejnych jedynek.

(b) Zbiór słów, w których każda para sąsiadujących ze sobą zer pojawia się przed każdą parą sąsiadujących ze sobą jedynek.

6. Skonstruować niedeterministyczne automaty skończone równważne z następującymi wyrażeniami regularnymi.

(a) $10 + (0 + 11)0^*1$, (b) $((0 + 1)(0 + 1)^* + (0 + 1)(0 + 1)(0 + 1)^*)^*$.

7. Napisać wyrażenia regularne odpowiadające diagramom przejść.

