

1. Niech G będzie gramatyką : $S \rightarrow aB|bA$, $A \rightarrow a|aS|bAA$, $B \rightarrow b|bS|aBB$.
Dla słowa $aaabbabbba$ znaleźć:
(a) drzewo rozkładu, (b) wyprowadzenia lewo- i prawostronne.
2. Podać gramatyki bezkontekstowe generujące następujące języki:
 - (a) zbiór wszystkich palindromów nad alfabetem $\{a, b\}$,
 - (b) zbiór wszystkich ciągów zrównoważonych nawiasów (tzn. słów nad alfabetem $\{ (,) \}$, w których każdy lewy nawias ma odpowiadający mu prawy nawias i pary odpowiadających sobie nawiasów są odpowiednio zagnieżdżone),
 - (c) zbiór wszystkich słów nad alfabetem $\{a, b\}$ mających dokładnie dwa razy więcej symboli a niż symboli b ,
 - (d) zbiór słów nad alfabetem $\{a, b\}$, które nie są postaci ww dla żadnego $w \in \{a, b\}^*$.
 W każdym przypadku podać też uzasadnienie, że podana gramatyka generuje właściwy język.
3. (a) Skonstruować gramatyki generujące języki: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{\varepsilon\}$.
(b) Załóżmy, że G_1, G_2 są gramatykami generującymi języki $L(r_1), L(r_2)$, gdzie r_1, r_2 są wyrażeniami regularnymi nad alfabetem $\{0, 1\}$. Skonstruować gramatyki generujące $L(r_1 + r_2)$, $L(r_1 r_2)$, $L(r_1^*)$.
(c) Wywnioskować stąd, że każdy język regularny jest językiem bezkontekstowym.
4. (a) Opisać, kiedy $\varepsilon \in L(G)$ dla danej GBK G .
(b) Dla $a \in T$ opisać, kiedy $a \in L(G)$ dla danej GBK G .
(c) Podać algorytm (tzn. sposób) sprawdzania w skończenie wielu krokach, czy $\varepsilon \in L(G)$ dla danej gramatyki G .
(d) Dana jest GBK G . Skonstruować gramatykę G' taką, że $L(G') = L(G) \setminus \{\varepsilon\}$ oraz G' nie ma ε -produkcji. (Uwaga: ε -produkcie to produkcje postaci $A \rightarrow \varepsilon$.)
(e) Dla danej GBK G skonstruować równoważną jej gramatykę G' bez produkcji postaci $A \rightarrow B$, gdzie $A, B \in V$
(f) Dla danej GBK G podać algorytm rozstrzygający, czy dane słowo w należy do $L(G)$. (Wsk: skorzystać z poprzednich punktów, następnie założyć, że G nie ma ε -produkcji ani produkcji postaci $A \rightarrow B$, gdzie $A, B \in V$. Wtedy pokazać, że każde słowo $w \in L(G)$ ma wyprowadzenie długości $\leq |w|$.)
5. Niech G będzie gramatyką $S \rightarrow aS|aSbS|\varepsilon$. Udowodnić, że
 $L(G) = \{x : \text{każdy odcinek początkowy } x \text{ ma co najmniej tyle symboli } a, \text{ co symboli } b\}$. Wsk: osobno udowodnić inkluzje $\subseteq$ i $\supseteq$.
6. Skonstruować gramatykę generującą zbiór $\{w\#w^R\# : w \in L((0+1)^+)\}$. tu: w^R oznacza słowo w pisane wspak, $T = \{0, 1, \#\}$.