

Wstęp A, lista 3a.

Konwersatorium 23.03.2015.

1. T Pary i n -ki uporządkowane. Produkty kartezjańskie: definicja, własności. Rzut zbioru na oś. Cięcia zbioru: poziome i pionowe. Wykres funkcji zdaniowej.
2. K Zaznaczyć w układzie współrzędnych Oxy wykresy A następujących funkcji zdaniowych. Wszystkie zmienne przebiegają tu zbiór liczb rzeczywistych.
 - (a) $x \cdot y = 1$,
 - (b) $(x + 1) \cdot (y - 1) = 1$ (jak związane są wykresy z punktu (a) i (b) ?),
 - (c) $x < |y|$, tu wyznaczyć dodatkowo cięcia poziome i pionowe zbioru A na współrzędnej 5, czyli zbiory A_5 i A^5 .
 - (d) $|(x - \frac{1}{2}) \cdot (y + \frac{1}{2})| \leq 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$,
 - (e) $x < |y| \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 1$,
 - (f) $x^3 + 1 > 0$ (wsk: jeśli para $\langle x, y \rangle$ spełnia tę funkcję zdaniową, to para $\langle x, y' \rangle$ też, dla wszystkich $y' \in R$),
 - (g) $x < \sin y$.
3. K Załóżmy, że $A, B \subseteq X$ i $C, D \subseteq Y$. Udowodnić (wzorując się na dowodach z wykładu), że
 - (a) $(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D)$,
 - (b) $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = (A \times C) \setminus ((A \times D) \cup (B \times C))$.Dodatkowo naszkicować te zbiory w produkcie $X \times Y$.
4. K Narysować (o ile to jest możliwe) w układzie współrzędnych Oxy takie podzbiory A i B produktu kartezjańskiego $[0, 1] \times [0, 1]$, że
 - (a) $\pi_X[A] = \pi_X[B] = [1/4, 3/4] = \pi_Y[A] = \pi_Y[B]$ i zbiory A i B są rozłączne.
 - (b) Zbiór A ma 5 elementów, $\pi_X[A]$ jest zbiorem 2-punktowym, zaś $\pi_Y[A]$ zbiorem 3 elementowym.
 - (c) Zbiór A ma 13 elementów, zbiór $\pi_X[A]$ 3 elementy, zaś zbiór $\pi_Y[A]$ 4 elementy.
5. * (a) Rozważamy pewien zbiór $A \subseteq [0, 1] \times [0, 1]$. Załóżmy, że dla wszystkich $a \in [0, 1]$, $A_a = [0, \sqrt{a}]$. Obliczyć A^a .
(b) Jaką cechę ma kontur zbioru A w układzie współrzędnych Oxy , jeśli wiadomo, że dla wszystkich $a \in [0, 1]$ mamy $A_a = A^a$?