
Analiza i Topologia R Lista 2

Zad. 1 Zbadaj wnętrze, domknięcie i brzeg zbioru A w metryce euklidesowej, centrum i dyskretnej:

- $A = [2, 3) \times \{1\}$,
- $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.
- $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{R}$.

Zad. 2 Zbadaj wnętrza, domknięcia i brzegi zbioru A w przestrzeni $C[0, 1]$ (z metryką supremum), jeśli

- A to zbiór funkcji stałych,
- $A = \{f: f(x) < 2\}$.

Zad. 3 Jak wyglądają kule i zbiory otwarte w przestrzeni $[0, 1) \cup [2, 3]$ z metryką euklidesową? Jak wyglądają kule i zbiory otwarte w \mathbb{N} z metryką euklidesową?

Zad. 4 Niech A będzie zwartym podzbiorem \mathbb{R} . Pokaż, że A ma wtedy najmniejszy i największy element.

Zad. 5 Niech A będzie zwartym podzbiorem \mathbb{R} i niech $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją ciągłą. Pokaż, że f jest ograniczona i przyjmuje swoje kresy.

Zad. 6 Pokaż, że jeżeli X jest zwarta i $F \subseteq X$ jest domknięty, to F jest zwarty.

Zad. 7 Czy przestrzeń $C[0, 1]$ z metryką supremum jest zwarta?