

Zad. 1 Wiadomo, że populacja bakterii rośnie wykładniczo (w początkowym stadium, tzn. dopóki w pobliżu jest wystarczająco dużo pożywienia). Załóżmy dla uproszczenia, że każda bakteria dzieli się (na dwie) co sekundę. Jak duża populacja powstanie z trzech bakterii po 16 sekundach? Ile sekund potrzebuje populacja 2 milionów bakterii, aby powstać z siedmiu bakterii?

Zad. 2 Kartka papieru o grubości 0,1 mm została złożona na pół, potem jeszcze raz na pół i tak dwadzieścia razy. Jaką grubość będzie miało to coś, co w ten sposób otrzymamy? (Wskazówka: nie próbować wyznaczać eksperymentalnie).

Zad. 3 Wiemy, że kartkę papieru o grubości 0,1 mm złożono n -krotnie tak, że ma teraz grubość ok. 13 mm. Ile wynosi n ?

Zad. 4 Ilukrotnie należy zmienić ilość jonów wodorowych, żeby pH roztworu wzrosło o 2,5? A ilukrotnie, żeby zmalało o 3?

Zad. 5 Napisz (o ile to możliwe) w prostszej postaci:

- $\log(10), \ln(e), \ln(2), \log_2(64), \ln(\sqrt{e}), \log(\sqrt[3]{10^2}), \ln(\sqrt[3]{10^5}),$
- $\log(2) + \log(3), \log_3(8) - \log_3(2), 3\ln(4),$
- $\log_{\sqrt{3}}(9), \log_{0,1}(1), \log_5 \frac{\sqrt{5}}{25}, 7^{\log_7 7}, 3^{2\log_3(5)}, 3^{2+\log_9(4)}, 5^{\log_2(5)},$
- $\log_2(3)\log_3(16), \log_{36}(16) + \log_6(9).$

Zad. 6 Ciśnienie atmosferyczne na wysokości h nad poziomem morza opisywane jest przez równanie barometryczne:

$$p = p_0 e^{-Mgh/RT},$$

gdzie p_0 - ciśnienie atmosferyczne na poziomie morza, M - masa molowa atmosfery, g - przyspieszenie ziemskie, R - stała gazowa dla powietrza, a T - temperatura powietrza na poziomie morza. Wyraż h za pomocą pozostałych zmiennych.

Zad. 7 Rozwiąż równania:

- $\log_2(x) = 7, 2\log_3(x) = 9, \log_{1/2}(x) = -3, \log_x(3+x) = 0, 3^{5m-8} = 9^{m-3},$
- $\log_8(3) = \log_8(x), 3\ln(x) = \ln(8), \log_2(x) = \log_5(2),$
- $\log(3+x) = \log(2-x), \log_2(3x-2) + 2 = \log_2(2+x),$
- $\log_2(\log_7(x)) = 0, \ln(\ln(x)) = 0, \log_3(\log_{13}(x) + 2) = 3, \log_x(1+x) = \log_{1+x}(x).$

Zad. 8 Głośność dźwięku mierzona w decybelach definiowana jest w następujący sposób

$$L = 10 \log\left(\frac{p}{p_0}\right),$$

gdzie p jest ciśnieniem akustycznym (a więc ciśnieniem wytworzonym przez źródło dźwięku), a p_0 jest ciśnieniem odpowiadającym dolnej granicy słyszalności. Policz p_0 , jeśli wiadomo, że 65 decybelom odpowiada $p = 63$ Pa.

Zad. 9 Rozwiąż nierówności:

- $\ln(x+1) \geq \ln(2)$, $\log_3(x-2) > 2$, $\log_{1/e}(x+1) \leq -1$,
- $\log_{1/2}(x+1) > \log_{1/2}(x+2)$, $\log_2(x) > \log_3(x)$,
- $\log_{1/3}(4x+1) > -2 - \log_{1/3}(2x-3)$, $\log_x(2) \leq \ln(2)$, $\log_x(5x-1) \leq \log_x(7x-2)$.

Zad. 10 Korzystając z faktu, że $\ln'(x) = 1/x$ wyjaśnij, dlaczego zachodzi wzór $(\log_a(x))' = 1/(x \ln(a))$. Podobnie, z faktu, że $(e^x)' = e^x$ wyprowadź wzór $(a^x)' = \ln(a)a^x$.

Zad. 11 Obliczyć następującą całkę przez podstawienie

$$\int \frac{17^x}{1+17^x} dx.$$

Zad. 12 Obliczyć następującą całkę podstawiając $\log_3(x) = t$

$$\int (\log_3(x))^2 dx.$$

Zad. 13 (*) Roztwór wodny HCl o $pH = 3$ został rozcieńczony 100-krotnie. Jak zmieni się pH tego roztworu? A jak, jeśli początkowe $pH = 6$? (patrz pozycja (1) poniższej literatury).

Literatura dodatkowa:

(1) o pH:

<http://www.chem.univ.gda.pl/~tomek/ph.htm>,

(2) logarytmy oczami chemika:

<http://www.chem.univ.gda.pl/~tomek/logarytmy.htm>,

Pbn

<http://www.math.uni.wroc.pl/~pborod/dydaktyka>